

POLITECNICO DI MILANO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA



**Il controllo modale per lo smorzamento
di vibrazioni in sistemi meccanici:
confronto tra IMSC e DMSC**

Relatore: prof. Ferruccio Resta

Co-Relatore: ing. Francesco Ripamonti

Tesi di Laurea di:

Mattia Serra matr. 765716

Anno Accademico 2011-2012

Dicembre 2012

Indice

Sommario	xi
Abstract	xiii
Introduzione	1
1 Controllo Modale Dipendente (DMSC)	7
1.1 Assegnamento autovalori ed autovettori	8
1.2 Il controllo modale	14
1.2.1 Modellazione di un sistema meccanico in coordinate modali	14
1.2.2 Il controllo modale indipendente (IMSC)	16
1.3 Il controllo modale dipendente (DMSC)	17
1.3.1 DMSC1: Imposizione delle forme modali	19
1.3.2 DMSC: Minimizzazione indice di prestazione	22
1.4 Problematiche associate a limiti tecnologici	24
1.4.1 Osservatore di stato	24
1.4.2 Forze di controllo	29
2 Modello e simulazioni numeriche	31
2.1 Modello numerico della trave a mensola	33
2.2 Attuatori piezoelettrici	34
2.3 Osservazione sul numero di sensori e di attuatori	39
2.3.1 Numero di attuatori	39
2.3.2 Numero di sensori	40
2.4 Posizionamento di sensori e di attuatori	42
2.5 Simulazioni numeriche	46
2.5.1 DMSC1 risultati numerici	46
2.5.2 DMSC2 risultati numerici	52

3	Validazione sperimentale	67
3.1	Descrizione del banco prova	67
3.1.1	Limiti di saturazione	71
3.2	Identificazione dei parametri e validazione sperimentale del modello numerico	74
3.2.1	Stima delle frequenze proprie ω_0 e degli smorzamenti adimensionali ξ	74
3.2.2	Stima delle forme modali e delle componenti lagran- giane di attuatori e sensori	75
3.3	Risultati sperimentali	80
3.3.1	Risultati nel dominio del tempo	80
3.3.2	FDT sperimentali: confronto DMSC2 e IMSC	81
3.3.3	FDT confronto numerico sperimentale: IMSC e DMSC2	84
4	Prove di robustezza	89
4.0.4	Panoramica delle prove effettuate	89
4.0.5	Variazione frequenze proprie ω_o	90
4.0.6	Variazione dello smorzamento adimensionale ξ	91
4.0.7	Variazione delle forme modali Φ : effetto di scala	92
4.0.8	Variazione delle forme modali Φ : spostamento nodo	95
	Conclusioni e sviluppi futuri	99
	Appendice A	103
	Appendice B	105
	Bibliografia	113

Elenco delle figure

1.1	Sistema discreto a 2 gradi di libertà	8
1.2	Struttura delle matrici dinamiche del sistema controllato: differenza tra IMSC e DMSC	18
1.3	Sistema discreto a 5 gradi di libertà	21
1.4	DMSC1 effetti spillover di controllo su un sistema discreto	22
1.5	Schema a blocchi del sistema in anello chiuso	26
2.1	Trave strumentata	32
2.2	Trave: sistema di riferimento e dimensioni caratteristiche	33
2.3	Schema di un attuatore piezoelettrico incollato ad una trave	36
2.4	Azioni esercitate da un attuatore piezoelettrico laminare a sezione costante	37
2.5	Schema costitutivo attuatore QP20w	37
2.6	Cantilever configuration	38
2.7	Bounded configuration	39
2.8	Primi sei modi di vibrare della trave a mensola	41
2.9	Componenti modali al moto verticale (y) associate ai primi sei modi	43
2.10	Curvature degli EF associate ai primi tre modi	44
2.11	Schematizzazione trave strumentata	45
2.12	DMSC1: Modi di vibrare non controllati (blu), controllati (rosso) e valori imposti (marker verdi)	47
2.13	DMSC1: Primi $m = 3$ poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti	48
2.14	DMSC1: Storie temporali della risposta del sistema ad un disturbo sweep	49
2.15	DMSC1: FDT Y_1/F_d	49
2.16	DMSC1: FDT Y_2/F_d	50
2.17	DMSC1: FDT Y_3/F_d	51
2.18	DMSC1: FDT F_{c1}/F_d	52
2.19	DMSC1: FDT F_{c2}/F_d	53

2.20	DMSC1: FDT F_{c3}/F_d	54
2.21	DMSC2: FDT Y_1/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi	55
2.22	DMSC2: FDT Y_2/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi	56
2.23	DMSC2: FDT Y_3/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi	56
2.24	DMSC2: Modi di vibrare non controllati (blu) e controllati (tratteggiato rosso)	57
2.25	DMSC2: poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti	59
2.26	DMSC2: poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti in corrispondenza dei primi 3 modi . . .	60
2.27	DMSC2: Storie temporali della risposta del sistema ad un disturbo sweep	61
2.28	DMSC2: Storie temporali della Forza di disturbo e delle forze di controllo	61
2.29	DMSC2:FDT Y_1/F_d	62
2.30	DMSC2: FDT Y_2/F_d	62
2.31	DMSC2: FDT Y_3/F_d	63
2.32	DMSC2: FDT F_{c1}/F_d	63
2.33	DMSC2: FDT F_{c2}/F_d	64
2.34	DMSC2: FDT F_{c3}/F_d	64
2.35	DMSC2: Miglioramento del sistema controllato rispetto al non controllato per IMSC e DMSC2	65
3.1	Condizionatore Nexus per gli accelerometri	68
3.2	Attuatore piezoelettrico QP20w	69
3.3	dSpace 1006	70
3.4	Filtri analogici KEMO	70
3.5	Schematizzazione del banco prova	71
3.6	Amplificatore multicanale Elba Tech T506	72
3.7	Tensione limite in funzione della frequenza	73
3.8	Confronto FDT a_1/F_d numerica in $\frac{m/s^2}{Nm}$ e sperimentale in $\frac{m/s^2}{V}$	77
3.9	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_d	77
3.10	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c3}	78
3.11	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c2}	78

3.12	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c2}	79
3.13	Prime tre coordinate modali stimate dall'osservatore in una prova sweep del sistema non controllato	81
3.14	Risposta del sistema ad una coppia di disturbo random: non controllato, IMSC, DMSC2	82
3.15	FDT Y_1/F_d sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2	83
3.16	FDT Y_2/F_d sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2	83
3.17	FDT Y_3/F_d sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2	84
3.18	IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_1/F_d	85
3.19	IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_2/F_d	86
3.20	IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_3/F_d	86
3.21	DMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_1/F_d	87
3.22	DMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_2/F_d	87
3.23	DIMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema control- lato FDT Y_3/F_d	88
4.1	Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_1/F_d	90
4.2	Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_2/F_d	91
4.3	Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_3/F_d	91
4.4	IMSC: Effetti del decremento del 5% di ξ , Luogo delle radici .	92
4.5	DMSC2: Effetti del decremento del 5% di ξ , Luogo delle radici	93
4.6	Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_1/F_d	93
4.7	Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_2/F_d	94
4.8	Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_3/F_d	94
4.9	DMSC2: Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali sulle FDT tra F_{ci}/F_d	95

4.10	2 ^a forma modale non modificata (blu) e modificata (tratteggiato-verde)	96
4.11	DMSC2: Effetti dello spostamento del nodo in corrispondenza della 2 ^a forma modale, Luogo delle radici	97
4.12	IMSC: Effetti dello spostamento del nodo in corrispondenza della 2 ^a forma modale, Luogo delle radici	97
4.13	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_d	105
4.14	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_d	106
4.15	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_d	106
4.16	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c1}	107
4.17	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c1}	107
4.18	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c1}	108
4.19	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c2}	108
4.20	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c2}	109
4.21	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c2}	109
4.22	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c3}	110
4.23	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c3}	110
4.24	Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c3}	111

Elenco delle tabelle

1.1	Parametri sistema con masse discrete	21
2.1	Dimensioni e proprietà della trave descritta dal modello numerico	33
2.2	Dimensioni e caratteristiche attuatori QP20w	38
2.3	Posizionamento accelerometri	44
2.4	Posizionamento attuatori piezoelettrici	44
2.5	Poli controllati imposti	46
2.6	Parametri utilizzati dalla logica di controllo DMSC2	53
2.7	Poli osservatore imposti	53
2.8	Indici di riduzione di vibrazioni per IMSC , DMSC nelle diverse uscite del sistema	60
3.1	Caratteristiche e dimensioni della Trave	68
3.2	Caratteristiche delle prove sweep utilizzate	74
3.3	Frequenze e smorzamenti identificati sperimentalmente corrispondenti ai primi 8 modi	75
3.4	Miglioramenti % in termini di RMS tra sistema controllato e non controllato IMSC vs DMSC2	81
4.1	Parametri considerati incerti nelle prove di robustezza numeriche	89

Sommario

Il presente lavoro descrive una nuova logica di controllo, basata sull'approccio modale per la riduzione delle vibrazioni, chiamata Controllo Modale Dipendente (DMSC). Il ben noto Controllo Modale Indipendente (IMSC), sviluppato intorno agli anni 80, tramite l'utilizzo di matrici di guadagno diagonali nel sistema di riferimento principale permette di modificare indipendentemente le frequenze proprie e gli smorzamenti dei modi controllati lasciando inalterate le forme modali. Il DMSC invece, a parte la scelta dei modi controllati in termini di autovalori, modifica anche le forme modali tramite l'utilizzo dei termini extra-diagonali delle matrici dei guadagni citate precedentemente. In molte applicazioni, il numero di sensori e attuatori disponibili per il controllo è limitato ed imposto e gli effetti di spillover non permettono l'assegnazione esatta dei modi di vibrare del sistema in anello chiuso. Tali modi vengono quindi ottenuti a priori tramite un algoritmo genetico che ne calcola il set ottimale per la minimizzazione di un determinato indice di prestazione. I vantaggi di questa nuova strategia di controllo ed il confronto con il classico IMSC sono stati provati tramite simulazioni numeriche e prove sperimentali su un sistema meccanico rappresentato da una trave incastrata.

Parole chiave: Assegnazione degli autovettori, Controllo Modale Indipendente, Controllo Ottimo.

Abstract

The present work describes a new control technique for the vibration reduction of flexible structures, based on modal approach and named Dependent Modal Space Control (DMSC). The well known Independent Modal Space Control (IMSC), devised in the '80 s, allows changing the frequency and the damping of the controlled modes leaving the mode shapes unaltered by using diagonal control gain matrices. The DMSC, instead, besides frequency and damping, can also impose the controlled mode shapes by making use of full control gain matrices. In many applications, due to the limited number of sensors-actuators available for control and the worsening spillover effects, the generic eigenvector imposition is not possible. On the other hand, an optimal eigenstructure assignment can be suitably computed in order to reduce the structure vibration by minimizing an Input-Output performance index. In order to prove the advantages of this new method, a comparison between the IMSC and DMSC is provided using numerical and experimental simulation on a cantilevered beam.

keywords: Eigenstructure Assignment, Independent Modal Space Control, Optimal Control.

Introduzione

Problema

Negli ultimi anni il controllo delle vibrazioni ha acquisito un'importanza sempre maggiore e di conseguenza molti settori di ricerca hanno investito in questo campo. Esse possono interessare svariate applicazioni dall'ambito civile alla meccanica di precisione fino al controllo del rumore, ovvero vibrazioni in alta frequenza, causando rispettivamente peggioramenti delle prestazioni, movimenti oltre i limiti consentiti e diminuzione del comfort come ad esempio nel settore automobilistico. Il danneggiamento meccanico della struttura a causa di fenomeni vibratorii è strettamente correlato anche a problemi di resistenza a fatica che risulta essere un'altra macro area che alimenta la ricerca di logiche di controllo atte a minimizzare le vibrazioni. Per mostrare la generalità di questo problema un altro tipico esempio di controllo delle vibrazioni può essere rappresentato da un elettrodomestico presente nella comuni abitazioni quale la lavatrice. In questo caso, il problema è causato dalla biancheria che si va ad accumulare in maniera non uniforme nel cestello e che, ruotando, diventa uno sbilanciamento per il sistema causando rumori fastidiosi. Negli ultimi decenni è stata posta particolare attenzione sullo sviluppo di logiche di controllo passivo. Per quanto riguarda ad esempio i grandi edifici, le tecniche prevalentemente utilizzate sono state di tipo passivo tramite l'aggiunta di masse ed elementi elasto-viscosi in modo da aumentare la dissipazione energetica della struttura (Tuned Mass Damper o TMD) [1, 2]. Tra le varie modifiche alla logica del TMD vi è il Tuned Liquid Column Damper dove la differenza con il primo consiste nell'utilizzo di un liquido viscoso che dissipa energia passando tramite una saracinesca [3, 4]. In campo meccanico aerospaziale, la scoperta di nuovi materiali, come ad esempio quelli piezoelettrici, e l'accoppiamento elettromeccanico tra questi e circuiti elettrici, ha permesso la creazione di dissipatori energetici passivi simili al TMD in cui l'energia vibratoria della struttura viene trasformata in corrente in un circuito ausiliario aggiungendo smorzamento alla struttura [5]. Ulteriori miglioramenti sono stati apportati dalla ricerca riguardo la

riduzione delle vibrazioni tramite logiche passive ma le crescenti prestazioni richieste specialmente nel campo applicativo delle 'Smart Structures' [6] hanno portato a logiche di controllo attive o semi-attive [7] in cui a differenza della prima viene retroazionata un'azione di controllo dipendente dallo stato del sistema e alimentata da energia proveniente anche da fonti esterne ad esso. Tali logiche, usufruendo di misurazioni provenienti dal sistema stesso, sono più performanti e l'utilizzo dei controlli adattivi rendono queste tipologie di controllo più flessibili a cambiamenti delle caratteristiche del sistema. Tra le diverse strategie di controllo attivo delle vibrazioni vi sono il controllo ottimo [27], i controlli H_2 ed H_∞ [28] e una delle più utilizzate che è il controllo modale introdotto da Balas [8] e Meirovitch [9] tra il 1970 e il 1980. L'approccio modale permette di descrivere il sistema in coordinate principali attraverso equazioni differenziali del secondo ordine disaccoppiate e controllare un determinato numero di modi dipendentemente dal range di frequenze interessato tramite l'utilizzo di un modello ridotto. Pochi anni dopo l'introduzione del controllo modale, Meirovitch propose il Controllo Modale Indipendente (IMSC) [10] che tramite l'utilizzo di filtri modali stima gli stati principali necessari per il controllo e attraverso una matrice diagonale dei guadagni modifica le frequenze e gli smorzamenti dei modi controllati lasciando inalterate le forme modali.

L'IMSC richiede l'utilizzo di un numero di attuatori e sensori pari al numero di modi da controllare [8, 11]. Le azioni di controllo calcolate per ottenere i desiderati autovalori del sistema controllato agiscono da forzanti esterne per i modi non controllati diminuendo le prestazioni del sistema; tale effetto è chiamato spillover di controllo. La stima delle coordinate principali necessarie invece, è soggetta allo spillover di osservazione causato dalla presenza dei modi non modellati nelle misure. La coesistenza dei due tipi di spillover fa sì che i poli controllati non siano esattamente nella posizione assegnata e di conseguenza si potrebbero verificare fenomeni di instabilità [12]. Progressi tecnologici hanno portato alla diminuzione dei prezzi e delle dimensioni di sensori ed attuatori e di conseguenza l'utilizzo di un maggior numero di questi riduce gli effetti di spillover rendendo questo metodo più performante e appetibile. Inoltre, tramite l'utilizzo di sensori e attuatori modali, si possono addirittura eliminare gli effetti di spillover [13]. Poiché il presente lavoro di tesi è svolta nell'ambito del controllo modale, nel seguente paragrafo verranno riportate alcune modifiche ed evoluzioni dell'IMSC che rappresentano il punto di partenza per la nuova logica di controllo proposta.

Stato dell'arte

Una variante del classico IMSC è stata proposta da Baz and Poh nel 1990 [14] e denominata Modified Independent Modal Space Control (MIMSC). Questa strategia di controllo prevede il computo dell'energia presente nella risposta del sistema associata a ciascun modo a specifici intervalli di tempo e conseguentemente quello che contribuisce maggiormente viene controllato. Tale logica porta ad una riduzione delle forze di controllo che nell' IMSC risultano generalmente alte e permette di controllare diversi modi con un numero ridotto di attuatori. Uno svantaggio di questa variante è che il calcolo del contributo energetico dei diversi modi nella risposta può richiedere un onere computazionale elevato e di conseguenza l'azione di controllo può essere in ritardo nella retroazione specialmente quando il controllo riguarda le alte frequenze.

Un'altra delle varianti al classico (IMSC) è stata proposta nel 1997 da Fang, Li and Jeary anche esse sotto il nome di Modified Independent Modal Space Control (MIMSC) [15]. Questa variante permette di minimizzare l'eccitazione dei modi non controllati da parte delle azioni di controllo ovvero minimizzare il corrispondente spillover. Poiché le matrici dei guadagni in coordinate principali devono rimanere diagonali, non è possibile imporre in maniera deterministica i poli controllati dato che esse devono anche minimizzare i termini inerenti lo spillover di controllo. Il computo di queste si effettua utilizzando la teoria del Regolatore Lineare Quadratico (LQR) dove si impongono le condizioni esposte ottenendo di conseguenza dei poli in anello chiuso posteriori all'ottimizzazione e la riduzione dello spillover di controllo. Tale metodo è utilizzato soprattutto quando i modi non controllati danno un contributo rilevante alla risposta del sistema e la condizione da soddisfare è che il numero di attuatori deve essere maggiore o uguale del numero dei modi controllati.

Un miglioramento dell' IMSC è stato sviluppato da Singh and Agarwal nel 2003 [16]. Questa logica di controllo risulta essere un'estensione al primo MIMSC (Baz and Poh) e anziché controllare solo il modo che ha contributo energetico dominante nell'uscita, la forza di controllo consiste in una somma pesata delle singole componenti. Tramite la trasformata di Fourier della risposta si identificano i contributi dei diversi modi e si calcola il rapporto tra le energie di ciascuno di essi e quello dominante. Utilizzando tali indicatori si ponderano i guadagni associati a ogni modo.

Un ulteriore indicatore per pesare i guadagni modali, proposto dagli stessi autori, è analogo al precedente ma tiene in considerazione anche la frequenza associata a ciascuno di essi riducendoli per i modi ad alta frequenza poiché sostenendo un maggior numero di cicli.

Sul fronte dell'osservazione, poiché in queste logiche di controllo è necessario stimare le variabili modali, Kim and Inman nel 2001 [17] proposero lo Sliding mode observer che permette di ridurre o eliminare lo spillover di osservazione migliorando notevolmente le prestazioni della logica di controllo e rendendola meno soggetta a spillover e ad eventuali instabilità.

Soluzione proposta

In tutte le metodologie precedentemente illustrate, la matrice dei guadagni in coordinate modali è diagonale. Ciò permette di lasciare inalterate le forme modali e modificare i poli del sistema controllato. Lo scopo del presente lavoro di tesi è invece quello di utilizzare i termini extra-diagonali di tale matrice al fine di modificare anche i modi di vibrare. Questi possono essere imposti secondo una forma desiderata oppure calcolati per minimizzare un indice di prestazione prestabilito al fine di ridurre le oscillazioni del sistema stesso. Il primo dei due casi consiste nell'imporre il valore di un numero finito di gradi di libertà (gdl) per i modi controllati permettendo ad esempio di creare dei nodi virtuali con notevoli vantaggi in diverse applicazioni ingegneristiche. Tale metodo richiede delle forze di controllo alte e un numero elevato di sensori ed attuatori oppure l'utilizzo di sensori e attuatori modali. In caso contrario gli effetti di spillover di controllo e il contributo dei modi non modellati modificano i valori imposti sui gdl desiderati. Nel caso solo un numero limitato di sensori e attuatori è disponibile per il controllo, l'imposizione delle forme modali esatte non è quindi possibile. In alternativa queste possono essere calcolate da un Algoritmo Genetico (GA, [18, 19]) che minimizza in un desiderato range di frequenze un indice Input-Output come ad esempio l'integrale del valore assoluto della funzione di trasferimento (FTD) tra il disturbo e determinati punti in cui si vuole ridurre la vibrazione della struttura. In questo secondo caso poiché si vuole minimizzare una relazione Input-Output è necessario conoscere la posizione della forza di disturbo o analogamente le sue componenti lagrangiane modali. I modi così ottenuti risulteranno quindi quelli ottimali per minimizzare l'indice scelto. In questo processo viene considerato solo il valore assoluto della funzione di trasferimento e non la fase in quanto il check di stabilità è interno all'algoritmo di minimizzazione che risulta quindi vincolato da tale condizione. Il numero di modi coinvolto nell'ottimizzazione vincolata è un parametro di controllo scelto in modo da avere un buon compromesso tra l'accuratezza dell'indice di prestazione calcolato e la annessa fase di identificazione per determinare i parametri necessari al modello numerico. I risultati ottenuti utilizzando una matrice dei guadagni piena (DMSC) vengono confrontati con quelli ottenuti

utilizzando il classico (IMSC) a partire dai medesimi autovalori controllati. Nel primo capitolo verrà affrontata la trattazione analitica del problema dimostrando l'esistenza e l'unicità della matrice dei guadagni a coefficienti reali che permette di assegnare gli autovalori e gli autovettori desiderati di un sistema lineare tempo invariante. Successivamente si illustreranno le due metodologie di utilizzo del (DMSC). Particolare attenzione verrà posta sul classico problema di spillover di controllo tipico nell'ambito modale ed ancor più accentuato nel caso del (DMSC) a causa di una conseguente crescita delle forze di controllo. Analogamente allo spillover di controllo un'opportuna taratura dell'osservatore di stato permette di limitare gli effetti dello spillover di osservazione. Per quanto riguarda l'osservatore, verranno illustrate le differenze nel caso in cui le misure retroazionate risultino essere velocità o posizioni, evidenziando le maggiori diversità dal punto di vista analitico. Nel secondo capitolo viene proposto un modello agli elementi finiti (FEM) di una trave incastrata utilizzato per le simulazioni numeriche. Vengono inoltre illustrate le tipologie di attuatori e i sensori utilizzati per il controllo con il rispettivo modello presentando infine i risultati delle simulazioni numeriche. Nel terzo capitolo il modello numerico è validato sperimentalmente con una prima fase di descrizione del banco prova e di identificazione del sistema seguita poi dal confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali. Il lavoro si conclude con il quarto capitolo in cui verranno effettuate prove di robustezza del metodo proposto tramite un'analisi numerica sulla sensibilità ad errori di identificazione dei parametri principali necessari al modello.

Capitolo 1

Controllo Modale Dipendente (DMSC)

Nel presente capitolo verrà illustrata la procedura di assegnazione degli autovalori ed autovettori di un sistema lineare tempo invariante tramite un'azione di controllo in state feedback e la dimostrazione dell'esistenza e unicità di una matrice di guadagni reale per il problema proposto. Tale procedura viene mostrata per semplicità di trattazione su un sistema discreto a 2 gradi di libertà (gdl) senza perdita di validità per sistemi a n gdl. Successivamente viene presentata la descrizione di un sistema fisico in variabili principali tramite un cambio di coordinate a partire da quelle fisiche e la formulazione delle leggi di controllo inerenti la logica del modale indipendente (IMSC) e di quello dipendente (DMSC). Verranno illustrate le principali differenze tra queste due tipologie e inerentemente al DMSC si presenteranno due differenti modalità di utilizzo di questa logica di controllo. Infine vengono analizzate le problematiche inerenti l'osservatore di stato, utilizzato per stimare le variabili modali, in base alla natura della grandezza misurata. Si concluderà infine con delle osservazioni sull'entità delle forze di controllo.

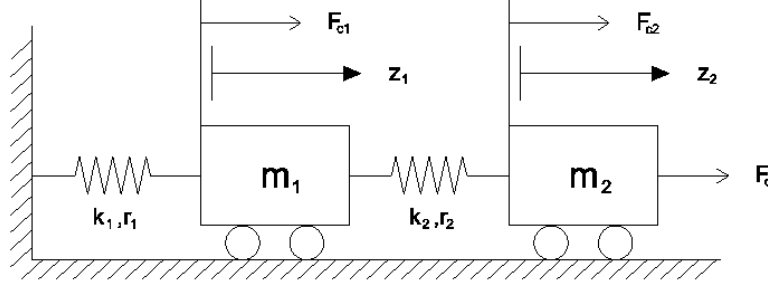


Figura 1.1: Sistema discreto a 2 gradi di libertà

1.1 Assegnamento autovalori ed autovettori

In questo primo paragrafo viene mostrato un metodo analitico per assegnare, attraverso una opportuna legge di controllo, autovalori ed autovettori ad un sistema lineare tempo invariante descritto in forma di stato. Per semplificare la trattazione l'assegnazione viene mostrata su un sistema discreto a due gradi di libertà come in figura 1.1 ma risulta valida per sistemi di ordine superiore senza perdita di generalità. Si può osservare che la procedura che verrà illustrata ha delle restrizioni dovute al suo utilizzo su un sistema meccanico ed è differente da altre procedure di assegnazione di autovalori e autovettori più generali [20, 21].

Consideriamo l'equazione del moto che descrive la dinamica del sistema rappresentato in fig.1.1

$$[\mathbf{M}] \ddot{\mathbf{z}} + [\mathbf{R}] \dot{\mathbf{z}} + [\mathbf{K}] \mathbf{z} = [\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{F}_c}]^T \mathbf{F}_c + [\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{F}_d}]^T \mathbf{F}_d \quad (1.1)$$

dove $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{R}]$, $[\mathbf{K}]$ sono rispettivamente le matrici di massa, di smorzamento e di rigidità, il vettore \mathbf{z} contiene le variabili indipendenti in coordinate fisiche, le matrici Jacobiane $[\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{F}_c}]^T$ e $[\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{F}_d}]^T$ collegano i punti di applicazione delle forze con le variabili indipendenti e \mathbf{F}_c , \mathbf{F}_d sono rispettivamente i vettori delle forze di controllo e quelle di disturbo agenti sul sistema. Per illustrare la logica di controllo e scrivere le matrici in anello chiuso, non è necessario considerare la forza di disturbo che pertanto verrà trascurata nel seguito di questa trattazione. Dall'equazione (1.1), è possibile descrivere il sistema in forma di stato

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A}] \mathbf{x} + [\mathbf{B}_c] \mathbf{F}_c \quad (1.2)$$

dove

$$\begin{aligned}
 \underline{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{z}}} \\ \underline{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{A}] &= \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{R}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] \\ [\mathbf{I}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_c] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]^{-1}[\boldsymbol{\Lambda}_{F_c}]^T \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 \underline{\mathbf{F}}_c &= \begin{bmatrix} F_{c1} \\ F_{c2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Considerando la struttura dello state feedback, dall'espressione della forza di controllo

$$\underline{\mathbf{F}}_c = [\mathbf{G}]\underline{\mathbf{x}} \tag{1.4}$$

dove $[\mathbf{G}]$ è la matrice dei guadagni, è possibile derivare la matrice di stato in anello chiuso

$$[\mathbf{A}_{cl}] = [\mathbf{A}] + [\mathbf{B}_c][\mathbf{G}] \tag{1.5}$$

Osservando la matrice $[\mathbf{B}_c]$ è possibile notare che solo la prima metà delle righe della matrice $[\mathbf{A}]$ può essere modificata dal controllo a causa della trattazione in forma di stato di un sistema meccanico. Di conseguenza, considerando la struttura di $[\mathbf{A}_{cl}]$, è evidente che i termini modificati dall'azione di controllo sono quelli nelle prime due righe. Riscrivendo $[\mathbf{A}_{cl}]$ in forma generica si può dedurre che

$$[\mathbf{A}_{cl}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

Lo scopo della logica di controllo è quindi quello di trovare gli otto coefficienti a_{ij} che permettono di imporre gli autovalori e gli autovettori desiderati. Seguendo la definizione di autovalori e autovettori di un sistema controllato, è possibile scrivere le seguenti equazioni

$$(\mathbf{A}_{cl} - \lambda_i[\mathbf{I}])\boldsymbol{\Phi}_i = \underline{\mathbf{0}} \tag{1.7}$$

per $i = 1 \dots N$ dove N è la dimensione di $[\mathbf{A}_{cl}]$, λ_i è l'iesimo autovalore e $\boldsymbol{\Phi}_i$ è il corrispondente autovettore. Poiché le ultime due equazioni del sistema

(1.7) sono disaccoppiate dalle prime, la definizione di autovalore-autovettore può essere riscritta come

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda_i & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda_i & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_i \Phi_{i3} \\ \lambda_i \Phi_{i4} \\ \Phi_{i3} \\ \Phi_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Gli elementi Φ_{i3} and Φ_{i4} rappresentano le componenti dell' i -esimo modo di vibrare del sistema in fig.1.1 da un punto di vista meccanico. La natura del problema impone la struttura dell' i -esimo autovettore in forma di stato con la relazione tra i primi due termini e gli ultimi due tramite il corrispondente autovalore. Nell'esempio proposto è possibile scrivere $N = 4$ volte (una per ciascun λ_i) l'equazione (1.8) ottenendo otto equazioni in otto incognite. Queste possono essere riscritte raccogliendo i termini a_{ij} in un vettore incognito e ordinandole in modo tale da rendere il sistema finale nella seguente forma

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \Phi_{13} & \lambda_1 \Phi_{14} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 \Phi_{23} & \lambda_2 \Phi_{24} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_3 \Phi_{33} & \lambda_3 \Phi_{34} & \Phi_{33} & \Phi_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_4 \Phi_{43} & \lambda_4 \Phi_{44} & \Phi_{43} & \Phi_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_1 \Phi_{13} & \lambda_1 \Phi_{14} & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \Phi_{23} & \lambda_2 \Phi_{24} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_3 \Phi_{33} & \lambda_3 \Phi_{34} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \Phi_{43} & \lambda_4 \Phi_{44} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 \Phi_{13} \\ \lambda_2^2 \Phi_{23} \\ \lambda_3^2 \Phi_{33} \\ \lambda_4^2 \Phi_{43} \\ \lambda_1^2 \Phi_{14} \\ \lambda_2^2 \Phi_{24} \\ \lambda_3^2 \Phi_{34} \\ \lambda_4^2 \Phi_{44} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

La soluzione di tale sistema permette di determinare la matrice dei guadagni desiderata secondo la seguente espressione

$$[\mathbf{G}] = [\mathbf{B}_{\text{cup}}]^{-1} [[\mathbf{A}_{\text{cl}}] - [\mathbf{A}]] \quad (1.10)$$

dove

$$[\mathbf{B}_{\text{cup}}] = [[\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{F}_c}]^T] \quad (1.11)$$

Si può notare come nell'equazione (1.9) la matrice dei coefficienti risulta diagonale a blocchi e che questi sono identici.

Questo metodo verrà utilizzato nella parte seguente della tesi per imporre modi di vibrare reali ed autovalori complessi entrambi a coppie complesse coniugate. Sotto queste ipotesi è possibile dimostrare che la soluzione dell'equazione (1.9) esiste sempre, è unica e ha solo componenti reali; quindi che la matrice dei guadagni è reale.

Teorema 1. *Sia dato un sistema lineare tempo invariante descritto dall'equazione (1.2), assegnando coppie complesse coniugate di autovalori ed autovettori, la matrice dei guadagni G esiste, è unica ed ha ingressi reali.*

Dimostrazione. Come detto precedentemente, $\lambda_2 = \overline{\lambda_1}$, $\lambda_4 = \overline{\lambda_3}$ dove $-$ è il simbolo di complesso coniugato. In aggiunta, $[\Phi_{23}, \Phi_{24}] = [\overline{\Phi_{13}}, \overline{\Phi_{14}}]$ e $[\Phi_{43}, \Phi_{44}] = [\overline{\Phi_{33}}, \overline{\Phi_{34}}]$. La condizione necessaria e sufficiente per garantire l'esistenza e l'unicità della soluzione è che i modi di vibrare imposti siano indipendenti e che gli autovalori siano distinti. Queste considerazioni rendono la matrice dei coefficienti nell'equazione (1.9) non singolare garantendo l'esistenza e l'unicità della soluzione del sistema lineare. E' possibile notare che le coppie di equazioni uno e due, tre e quattro ... sette e otto hanno una struttura particolare in cui le righe della matrice dei coefficienti e del vettore dei termini noti sono a coppie complesse coniugate. Considerando per esempio il primo semiblocco di equazioni

$$\begin{aligned}\lambda_1 \Phi_{13} a_{11} + \lambda_1 \Phi_{14} a_{12} + \Phi_{13} a_{13} + \Phi_{14} a_{14} &= \lambda_1^2 \Phi_{13} \\ \lambda_2 \Phi_{23} a_{11} + \lambda_2 \Phi_{24} a_{12} + \Phi_{23} a_{13} + \Phi_{24} a_{14} &= \lambda_2^2 \Phi_{23} \\ \lambda_3 \Phi_{33} a_{11} + \lambda_3 \Phi_{34} a_{12} + \Phi_{33} a_{13} + \Phi_{34} a_{14} &= \lambda_3^2 \Phi_{33} \\ \lambda_4 \Phi_{43} a_{11} + \lambda_4 \Phi_{44} a_{12} + \Phi_{43} a_{13} + \Phi_{44} a_{14} &= \lambda_4^2 \Phi_{43}\end{aligned}\tag{1.12}$$

I termini noti sono $\lambda_2^2 \Phi_{23} = \overline{\lambda_1^2 \Phi_{13}}$ e $\lambda_4^2 \Phi_{43} = \overline{\lambda_3^2 \Phi_{33}}$ quindi

$$\begin{aligned}(\lambda_1 \Phi_{13} a_{11} + \lambda_1 \Phi_{14} a_{12} + \Phi_{13} a_{13} + \Phi_{14} a_{14}) &= \overline{(\lambda_2 \Phi_{23} a_{11} + \lambda_2 \Phi_{24} a_{12} + \Phi_{23} a_{13} + \Phi_{24} a_{14})} \\ (\lambda_3 \Phi_{33} a_{11} + \lambda_3 \Phi_{34} a_{12} + \Phi_{33} a_{13} + \Phi_{34} a_{14}) &= \overline{(\lambda_4 \Phi_{43} a_{11} + \lambda_4 \Phi_{44} a_{12} + \Phi_{43} a_{13} + \Phi_{44} a_{14})}\end{aligned}\tag{1.13}$$

e raccogliendo i termini incogniti a_{ij} si può scrivere che

$$\begin{aligned}\lambda_1 \Phi_{13} (a_{11} - \overline{a_{11}}) + \lambda_1 \Phi_{14} (a_{12} - \overline{a_{12}}) + \Phi_{13} (a_{13} - \overline{a_{13}}) + \Phi_{14} (a_{14} - \overline{a_{14}}) &= 0 \\ \lambda_3 \Phi_{33} (a_{11} - \overline{a_{11}}) + \lambda_3 \Phi_{34} (a_{12} - \overline{a_{12}}) + \Phi_{33} (a_{13} - \overline{a_{13}}) + \Phi_{34} (a_{14} - \overline{a_{14}}) &= 0\end{aligned}\tag{1.14}$$

I termini tra parentesi provengono dalla differenza di due numeri complessi coniugati e quindi risultano reali come i termini Φ_{i3} e Φ_{i4} . Solo i primi due termini della somma potrebbero essere complessi. In aggiunta, per soddisfare le equazioni (1.14) la parte immaginaria della somma deve essere zero

quindi

$$\begin{aligned}\lambda_1(\Phi_{13}(a_{11} - \overline{a_{11}}) + \Phi_{14}(a_{12} - \overline{a_{12}})) &= c1 \quad c1 \in \Re \\ \lambda_3(\Phi_{33}(a_{11} - \overline{a_{11}}) + \Phi_{34}(a_{12} - \overline{a_{12}})) &= c2 \quad c2 \in \Re\end{aligned}\tag{1.15}$$

Si consideri per esempio la prima relazione. Poichè i termini $\Phi_{13}(a_{11} - \overline{a_{11}})$ e $\Phi_{14}(a_{12} - \overline{a_{12}})$ sono reali e λ_i è complesso, la relazione è soddisfatta se e solo se $c1 = 0$. Analogamente per la seconda equazione.

Provato che $c1 = 0$ e $c2 = 0$, le due relazioni nell'equazione (1.15) possono essere soddisfatte per qualsiasi coppia di autovettori $[\Phi_{13}\Phi_{14}]^T$ e $[\Phi_{33}\Phi_{34}]^T$ se e solo se

$$\begin{aligned}(a_{11} - \overline{a_{11}}) &= 0 \\ (a_{12} - \overline{a_{12}}) &= 0\end{aligned}\tag{1.16}$$

e di conseguenza a_{11} e a_{12} sono reali. Segue che nell'equazione (1.14), poichè la somma dei primi due termini è zero, per imporre un qualsiasi autovettore $[\Phi_{13}\Phi_{14}]$ e $[\Phi_{33}\Phi_{34}]$ è necessario che a_{13} e a_{14} siano reali. Le stesse conclusioni possono essere fatte per il secondo blocco di equazioni in (1.9) provando che tutti i termini a_{ij} sono reali. \square

Si può notare come questo risulti un caso particolare di quello in cui anche gli autovettori sono coppie complesse coniugate. La dimostrazione del precedente teorema può essere svolta anche in maniera alternativa come segue. Si consideri la matrice di stato \mathbf{A}_{cl} a cui sono associati autovalori e autovettori a coppie complesse coniugate e si scriva la definizione di autovalore come in equazione(1.7). Riscrivendo tale relazione e la corrispondente complessa coniugata si può ottenere

$$\mathbf{A}_{cl}\Phi_i = \lambda_i\Phi_i\tag{1.17}$$

$$\overline{\mathbf{A}_{cl}\Phi_i} = \overline{\lambda_i\Phi_i}\tag{1.18}$$

Se gli autovalori λ_i e gli autovettori Φ_i sono a coppie complesse coniugate, dalla relazione (1.18) si può notare che questi risultano autovalori ed autovettori anche della matrice $\overline{\mathbf{A}_{cl}}$ quindi si può scrivere

$$(\mathbf{A}_{cl} - \overline{\mathbf{A}_{cl}})\Phi_i = \mathbf{0}\tag{1.19}$$

tante volte quanti sono gli autovalori distinti di \mathbf{A}_{cl} ovvero la dimensione della matrice stessa. L'equazione (1.20) dimostra che la matrice $\mathbf{H} = (\mathbf{A}_{cl} - \overline{\mathbf{A}_{cl}})$ ha un numero di autovalori nulli pari alla sua dimensione ognuno con molteplicità algebrica unitaria e con autovettori distinti uguali a quelli della matrice \mathbf{A}_{cl} . Si scriva la definizione di diagonalizzazione di una matrice

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda} \quad (1.20)$$

dove \mathbf{P} è una matrice che ha come colonne gli autovettori Φ_i e $\mathbf{\Lambda}$ è una matrice diagonale contenente gli autovalori di \mathbf{H} . Poichè tali autovalori sono nulli e \mathbf{P} è non singolare in quanto contiene gli autovettori del sistema \mathbf{A}_{cl} , l'unico modo affinché la relazione (1.20) sia soddisfatta è che \mathbf{H} sia identicamente nulla, ovvero $\mathbf{A}_{cl} = \overline{\mathbf{A}_{cl}}$. \mathbf{A}_{cl} è quindi reale.

1.2 Il controllo modale

1.2.1 Modellazione di un sistema meccanico in coordinate modali

Si consideri un sistema meccanico composto da elementi discreti o continui la cui dinamica può essere descritta dall'equazione (1.1). In caso di strutture continue, con la modellazione del sistema tramite metodologie come ad esempio il Metodo Degli Elementi Finiti (FEM) o tramite approccio modale è possibile ricavare matrici di dimensione finita pari al numero di gradi di libertà del modello stesso (n). Ciò permette di applicare il controllo modale, una strategia 'model based', che consente di determinare una legge di controllo a partire da un modello in coordinate principali di dimensione ridotta. In questo tipo di approccio il sistema è descritto da equazioni differenziali indipendenti del secondo ordine che determinano l'evoluzione delle sue variabili principali; queste modulano nel tempo le corrispondenti forme modali e la loro somma determina l'andamento delle coordinate fisiche. Il cambio di coordinate modali

$$\underline{z} = [\Phi] \underline{q}_n \quad (1.21)$$

è ottenuto tramite la matrice di trasformazione $[\Phi] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, le cui colonne sono composte dagli autovettori di $[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}]$. Se lo smorzamento strutturale rispetta l'ipotesi di Rayleigh, i.e. $[\mathbf{R}] = \alpha[\mathbf{M}] + \beta[\mathbf{K}]$, la matrice di trasformazione $[\Phi]$ è in grado di diagonalizzare l'equazione differenziale e ogni modo evolve indipendentemente dagli altri. Il sistema di equazioni del moto diventa

$$[\mathbf{M}_q] \ddot{\underline{q}}_n + [\mathbf{R}_q] \dot{\underline{q}}_n + [\mathbf{K}_q] \underline{q}_n = [\mathbf{B}_{qc}] \underline{F}_c + [\mathbf{B}_{qd}] \underline{F}_d \quad (1.22)$$

dove

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_q] &= [\Phi]^T [\mathbf{M}] [\Phi] \\ [\mathbf{R}_q] &= [\Phi]^T [\mathbf{R}] [\Phi] \\ [\mathbf{K}_q] &= [\Phi]^T [\mathbf{K}] [\Phi] \\ [\mathbf{B}_{qc}] &= [\Phi]^T [\Lambda_{F_c}]^T \\ [\mathbf{B}_{qd}] &= [\Phi]^T [\Lambda_{F_d}]^T \end{aligned} \quad (1.23)$$

Le matrici $[\mathbf{M}_q]$, $[\mathbf{R}_q]$, $[\mathbf{K}_q]$ sono diagonali e $[\mathbf{B}_{qc}]$, $[\mathbf{B}_{qd}]$ sono rispettivamente le componenti lagrangiane della forza di controllo e di disturbo in coordinate principali. Generalmente, al fine di ridurre l'onere computazionale e di

identificazione, il modello modale per la sintesi della legge di controllo utilizza un numero di modi ridotto pari a m adatto a descrivere la dinamica del sistema in un desiderato range di frequenze in cui i rimanenti $n - m$ modi non modellati (nm) hanno contributi trascurabili rispetto agli altri. La stessa conclusione, riguardo l'utilizzo di un modello ridotto e la scelta della sua dimensione m , può essere calcolata anche in maniera rigorosa stabilendo l'errore ammissibile che il modello ridotto può commettere nella descrizione del sistema rispetto al modello completo. Questa procedura si basa sulla teoria del bilanciamento e troncamento ed utilizza i valori singolari di Henkel con cui si può calcolare la dimensione esatta del modello ridotto secondo il criterio precedentemente illustrato [22]. La generica coordinata fisica espressa in termini dei contributi dei diversi modi può essere espressa come

$$z_j = \sum_{i=1}^n \Phi_j^i q_i \approx \sum_{i=1}^m \Phi_j^i q_i \quad (1.24)$$

dove Φ_j^i rappresenta il modo di vibrare i -esimo in corrispondenza del j -esimo grado di libertà mentre q_i rappresenta la i -esima coordinata modale che pesa nel tempo il corrispondente modo di vibrare. Si può riscrivere il sistema di equazioni in (1.22) in due sottosistemi indipendenti corrispondenti rispettivamente ai modi modellati e quelli non modellati

$$\begin{cases} [\mathbf{M}_{qm}] \ddot{\mathbf{q}}_m + [\mathbf{R}_{qm}] \dot{\mathbf{q}}_m + [\mathbf{K}_{qm}] \mathbf{q}_m = [\mathbf{B}_{qcm}] \mathbf{F}_c + [\mathbf{B}_{qdm}] \mathbf{F}_d \\ [\mathbf{M}_{qnm}] \ddot{\mathbf{q}}_{nm} + [\mathbf{R}_{qnm}] \dot{\mathbf{q}}_{nm} + [\mathbf{K}_{qnm}] \mathbf{q}_{nm} = [\mathbf{B}_{qcnm}] \mathbf{F}_c + [\mathbf{B}_{qdnm}] \mathbf{F}_d \end{cases} \quad (1.25)$$

Analogamente, in forma di stato,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_{xm} = [\mathbf{A}_m] \mathbf{q}_{xm} + [\mathbf{B}_{qxc}] \mathbf{F}_c + [\mathbf{B}_{qxd}] \mathbf{F}_d \\ \dot{\mathbf{q}}_{xnm} = [\mathbf{A}_{nm}] \mathbf{q}_{xnm} + [\mathbf{B}_{qxcnm}] \mathbf{F}_c + [\mathbf{B}_{qxdnm}] \mathbf{F}_d \end{cases} \quad (1.26)$$

dove

$$\begin{aligned}
 \underline{\mathbf{q}}_{\text{xm}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{\text{m}} \\ \mathbf{q}_{\text{m}} \end{bmatrix} \\
 \underline{\mathbf{q}}_{\text{xnm}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{\text{nm}} \\ \mathbf{q}_{\text{nm}} \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{A}_{\text{m}}] &= \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}_{\text{qm}}]^{-1}[\mathbf{R}_{\text{qm}}] & -[\mathbf{M}_{\text{qm}}]^{-1}[\mathbf{K}_{\text{qm}}] \\ [\mathbf{I}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{A}_{\text{nm}}] &= \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}_{\text{qnm}}]^{-1}[\mathbf{R}_{\text{qnm}}] & -[\mathbf{M}_{\text{qnm}}]^{-1}[\mathbf{K}_{\text{qnm}}] \\ [\mathbf{I}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qcm}}] &= [\Phi_{\text{m}}]^{\text{T}}[\Lambda_{\text{Fc}}]^{\text{T}} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qcnm}}] &= [\Phi_{\text{nm}}]^{\text{T}}[\Lambda_{\text{Fc}}]^{\text{T}} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qdm}}] &= [\Phi_{\text{m}}]^{\text{T}}[\Lambda_{\text{Fd}}]^{\text{T}} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qdnm}}] &= [\Phi_{\text{nm}}]^{\text{T}}[\Lambda_{\text{Fc}}]^{\text{T}} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qxc m}}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{\text{qm}}]^{-1}[\mathbf{B}_{\text{qcm}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qxc nm}}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{\text{qnm}}]^{-1}[\mathbf{B}_{\text{qcnm}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qxd m}}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{\text{qm}}]^{-1}[\mathbf{B}_{\text{qdm}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_{\text{qxd nm}}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{\text{qnm}}]^{-1}[\mathbf{B}_{\text{qdnm}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

e $[\Phi_{\text{m}}]$ ha come colonne solo i primi m modi di vibrare del sistema mentre $[\Phi_{\text{nm}}]$ i rimanenti $n - m$.

A partire da questa descrizione del sistema, è stata implementata la logica di controllo classica dell'IMSC e quella proposta dal seguente lavoro di tesi.

1.2.2 Il controllo modale indipendente (IMSC)

Poiché il controllo modale indipendente sarà considerato il termine di paragone rispetto alla nuova logica proposta da questa tesi, esso viene richiamato brevemente in questo paragrafo. Come ben noto, l'IMSC permette di modificare le frequenze e gli smorzamenti dei diversi modi del sistema indipendentemente e di lasciare le forme modali inalterate. A partire dalla descrizione di un sistema in coordinate principali e utilizzando un modello ridotto per il controllo, (equazioni 1.21-1.27), si definisce la legge di controllo come

$$\underline{\mathbf{F}}_c = [[\mathbf{G}_1][\mathbf{G}_2]] \begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{q}}}_m \\ \underline{\mathbf{q}}_m \end{bmatrix} = [\mathbf{G}]\underline{\mathbf{q}}_{xm} \quad (1.28)$$

in cui $[\mathbf{G}_1]$ e $[\mathbf{G}_2]$ sono solo due semiblocchi della matrice $[\mathbf{G}]$. Analizzando il sistema controllato in anello chiuso nella notazione meccanica dall'equazione (1.25) segue che

$$\begin{cases} [\mathbf{M}_{qm}]\ddot{\underline{\mathbf{q}}}_m + [\mathbf{R}_{qm} - \overbrace{[\mathbf{B}_{qcm}][\mathbf{G}_1]}^{[\mathbf{G}_d]}\dot{\underline{\mathbf{q}}}_m + [[\mathbf{K}_{qm}] - \overbrace{[\mathbf{B}_{qcm}][\mathbf{G}_2]}^{[\mathbf{G}_p]}\underline{\mathbf{q}}_m = [\mathbf{B}_{qdm}]\underline{\mathbf{F}}_d \\ [\mathbf{M}_{qnm}]\ddot{\underline{\mathbf{q}}}_{nm} + [\mathbf{R}_{qnm}]\dot{\underline{\mathbf{q}}}_{nm} - [[\mathbf{B}_{qcnm}][\mathbf{G}_1]]\dot{\underline{\mathbf{q}}}_m + [\mathbf{K}_{qnm}]\underline{\mathbf{q}}_{nm} - [[\mathbf{B}_{qcnm}][\mathbf{G}_2]]\underline{\mathbf{q}}_m = [\mathbf{B}_{qdnm}]\underline{\mathbf{F}}_d \end{cases} \quad (1.29)$$

Le matrici $[\mathbf{G}_d]$ e $[\mathbf{G}_p]$ sono diagonali e permettono di modificare gli smorzamenti e le rigidezze modali come nella formula

$$m_i\ddot{q}_i + (r_i - g_{di})\dot{q}_i + (k_i - g_{pi})q_i = f_{di} \quad (1.30)$$

che mostra la dinamica dell' i -esimo modo controllato in cui g_{di} e g_{pi} sono gli ingressi i -esimi sulla diagonale delle matrici $[\mathbf{G}_d]$ e $[\mathbf{G}_p]$. Nella seconda riga dell'equazione (1.29) è possibile vedere l'accoppiamento tra i modi modellati e non, ovvero gli effetti dello spillover di controllo.

1.3 Il controllo modale dipendente (DMSC)

In questo paragrafo verrà illustrata la procedura tramite cui è possibile imporre i modi di vibrare in anello chiuso per un numero discreto di gradi di libertà (gdl). Utilizzando la formulazione introdotta nel paragrafo 1.2.1 e definendo la legge di controllo come nell'equazione (1.28) è possibile ricavare la forma di stato in anello chiuso

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{xm} \\ \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{xnm} \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{\mathbf{q}}}_x} = \underbrace{\begin{bmatrix} [[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc}]\mathbf{G}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{B}_{qxcn}]\mathbf{G} & [\mathbf{A}_{nm}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}_{cl}]} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}_{xm} \\ \underline{\mathbf{q}}_{xnm} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{q}}_x} + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{qxd}] \\ [\mathbf{B}_{qxdn}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{qxd}]} \underline{\mathbf{F}}_d \quad (1.31)$$

In figura 1.2 è possibile mettere in luce la differenza riguardo la struttura della matrice $[\mathbf{A}_{cl}]$ tra l'IMSC e il DMSC. In particolare nel blocco in alto a sinistra, inerente i modi controllati, nel primo caso questi rimangono disaccoppiati, essendo tale blocco diagonale, a differenza del secondo in cui l'accoppiamento imposto rende la matrice piena. Inoltre risultano chiare le

componenti dovute allo spillover di controllo nel blocco in basso a sinistra presente in entrambe le logiche. Ciò comporta che i modi non controllati sono forzati anche dalla dinamica dei modi controllati.

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{A}_{c\text{IMSC}}] &= \left[\begin{array}{ccc|cccc} \bullet & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \bullet & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \bullet & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \bullet & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & 0 & \bullet \end{array} \right] \\
 [\mathbf{A}_{c\text{IDMSC}}] &= \left[\begin{array}{ccc|cccc} \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \bullet & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 & \dots & 0 & \bullet \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Figura 1.2: Struttura delle matrici dinamiche del sistema controllato: differenza tra IMSC e DMSC

La prima riga dell'equazione (1.31) consiste nella dinamica del sistema dovuta ai modi considerati dal solo modello ridotto e l'assegnazione degli autovalori ed autovettori viene implementata su di esso. Gli autovalori di $[[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc} \mathbf{G}]]$ sono i poli del sistema controllato e vengono scelti in base alle frequenze e allo smorzamento adimensionale desiderato. L'assegnazione degli autovettori della stessa matrice invece permette di combinare linearmente i modi di vibrare del sistema non controllato in modo da ottenere desiderate forme modali. Nel presente lavoro vengono esposte due metodologie di utilizzo del DMSC riguardo l'assegnazione delle forme modali:

- Metodo diretto (DMSC1)
- Metodo indiretto o tramite minimizzazione (DMSC2)

1.3.1 DMSC1: Imposizione delle forme modali

In questa prima metodologia le forme modali vengono imposte in partenza in un numero finito di gdl per ognuno degli m modi di vibrare. Si consideri ad esempio il caso in cui tre modi vogliono essere controllati ($m = 3$) e si denoti con (z_{ia}, z_{ib}, z_{ic}) il valore di tre coordinate fisiche in corrispondenza dell' i -esimo modo di vibrare i cui valori vogliono essere imposti. Scrivendo queste come combinazione lineare dei modi di vibrare del sistema non controllato in corrispondenza degli stessi gdl si ottiene

$$\begin{bmatrix} z_{ia} \\ z_{ib} \\ z_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1a} \\ \Phi_{1b} \\ \Phi_{1c} \end{bmatrix} w_{i1} + \begin{bmatrix} \Phi_{2a} \\ \Phi_{2b} \\ \Phi_{2c} \end{bmatrix} w_{i2} + \begin{bmatrix} \Phi_{3a} \\ \Phi_{3b} \\ \Phi_{3c} \end{bmatrix} w_{i3} \quad (1.32)$$

dove $\Phi_{i-a,b,c}$ sono i valori dei gradi di libertà che si vogliono controllare corrispondenti all' i -esimo modo del sistema non controllato e $w_{i-a,b,c}$ sono i pesi usati per imporre i valori dell' i -esimo autovettore nei gdl desiderati. Replicando la stessa relazione anche per i due modi rimanenti

$$\begin{bmatrix} z_{1a} & z_{2a} & z_{3a} \\ z_{1b} & z_{2b} & z_{3b} \\ z_{1c} & z_{2c} & z_{3c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1a} & \Phi_{2a} & \Phi_{3a} \\ \Phi_{1b} & \Phi_{2b} & \Phi_{3b} \\ \Phi_{1c} & \Phi_{2c} & \Phi_{3c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{11} & w_{21} & w_{31} \\ w_{12} & w_{22} & w_{32} \\ w_{13} & w_{23} & w_{33} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

In forma compatta

$$[\mathbf{Z}] = [\Phi_{\mathbf{abc}}][\mathbf{W}] \quad (1.34)$$

La matrice $[\mathbf{W}]$ determina gli autovettori del modello modale ridotto controllato ovvero della matrice $[[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{q \times cm} \mathbf{G}]]$. Si può notare come l' IMSC è un caso particolare di quello appena illustrato in cui la matrice $[\mathbf{W}]$ è un'identità e $[\mathbf{Gd}]$ e $[\mathbf{Gp}]$ sono diagonali tali da imporre le frequenze e smorzamenti controllati desiderati. Per rendere più chiaro il significato di modo di vibrare con l'assegnazione degli autovettori del sistema ridotto descritto in coordinate modali è possibile scrivere prima dell'applicazione del controllo $\underline{\mathbf{z}} = [\Phi_{\mathbf{abc}}]\underline{\mathbf{q}}_m$, mentre successivamente si ha $\underline{\mathbf{z}} = [\Phi_{\mathbf{abc}}][\mathbf{W}]\underline{\mathbf{q}}_m$. La matrice $[\mathbf{Z}] = [\Phi_{\mathbf{abc}}][\mathbf{W}]$ rappresenta i modi controllati imposti in corrispondenza dei gradi di libertà gdl desiderati. Si noti che nel caso in cui si volesse imporre un numero di gradi di libertà maggiore del numero di attuatori disponibili, la matrice degli autovettori $[\mathbf{W}]$ è ricavabile tramite la stessa relazione $[\mathbf{W}] = [\Phi_{\mathbf{abc}}]^+[\mathbf{Z}]$ con l'unica differenza che l'imposizione esatta non è possibile e viene calcolato il set di autovettori più vicini a quelli imposti tramite una operazione di minimizzazione (pseudoinversione '+'). Una volta determinati gli autovettori del modello modale ridotto e scelti gli autovalori dello

stesso, applicando quanto descritto nel paragrafo 1.1 si può determinare la matrice dei guadagni.

E' bene precisare che i modi del sistema non controllato nella realtà sono complessi, ovvero che tra i diversi gradi di libertà vi sono anche sfasamenti relativi nel moto della struttura alla frequenza corrispondente. Tuttavia poiché lo smorzamento strutturale in genere è molto basso, la parte immaginaria di questi risulta quasi nulla e l'approssimazione con modi reali permette di descrivere fedelmente il sistema. Questo giustifica anche il fatto che la logica di controllo proposta presuppone l'imposizione di autovettori reali ovvero una combinazione reale dei modi non controllati.

La trattazione svolta finora ha presupposto la conoscenza delle variabili modali senza l'implementazione di filtri o di osservatori di stato. Nonostante tale condizione risulti pressoché inapplicabile poiché nella maggior parte dei casi reali solo pochi sensori sono disponibili per il controllo, dalla struttura della matrice in anello chiuso $[\mathbf{A}_{cl}]$ presente nell'equazione (1.31) si evince la presenza dello spillover di controllo sottolineato nel riquadro

$$[\mathbf{A}_{cl}] = \begin{bmatrix} [[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxcn}][\mathbf{G}]] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{B}_{qxcnm}\mathbf{G}] & [\mathbf{A}_{nm}] \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Essa è dovuta all'azione della forza di controllo sui modi non modellati che accoppia la loro dinamica ai rimanenti e crea un degrado delle prestazioni.

I modi non modellati, essendo accoppiati a quelli modellati hanno una dinamica che non corrisponde più ad un semplice sistema del secondo ordine ad un grado di libertà ma le corrispondenti funzioni di trasferimento presenteranno più picchi di risonanza e non solo quello in corrispondenza della frequenza propria associata al modo in esame. Questo implica che questi apporteranno contributi alle funzioni di trasferimento tra il disturbo e i gradi di libertà coinvolti nell'imposizione degli autovettori vanificando l'imposizione stessa ottenuta tramite il solo modello ridotto. E' possibile mostrare quanto detto tramite un esempio applicativo in cui l'assegnazione di autovalori ed autovettori viene effettuata su un sistema discreto a $n = 5$ gradi di libertà illustrato in figura 1.3 controllando i primi $m = 3$ modi e mettendo in risalto la problematica dello spillover di controllo. La forza di disturbo è applicata alla massa nell'estremità destra mentre le tre forze di controllo sono applicate rispettivamente sulle prime tre masse in prossimità del vincolo a terra. I dati utilizzati per l'esempio numerico sono riportati nella tabella 1.1 e le diverse masse, molle e smorzatori hanno le medesime proprietà. I tre poli controllati sono stati scelti in modo da raddoppiare la parte reale rispetto al sistema non controllato lasciando inalterate le frequenze proprie. Le forme modali sono state imposte in modo tale da creare in corrispondenza della prima, terza e

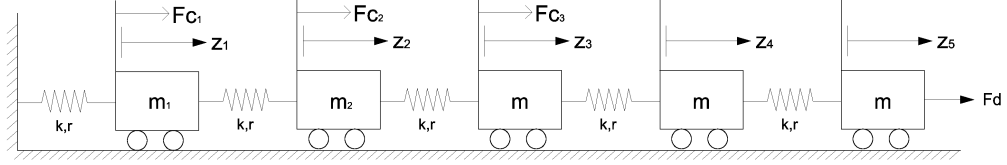


Figura 1.3: Sistema discreto a 5 gradi di libertà

Tabella 1.1: Parametri sistema con masse discrete

m	r	k
$[kg]$	$[Ns/m]$	$[N/m]$
0.0032	0.0018	2.979

quinta massa dei nodi in due modi su tre. Per quanto visto nel paragrafo 1.1 e osservando l'equazione (1.33) è possibile notare infatti che affinché esista unica la matrice $[\mathbf{W}]$, $[\mathbf{Z}]$ non può essere singolare quindi non si può imporre un nodo in determinato punto per tutti gli m modi controllati. Nella figura 1.4 sono riportate le ampiezze delle funzioni di trasferimento tra la forza di disturbo e il movimento della prima, terza e quinta massa in cui si desidera effettuare l'imposizione sulle prime tre forme modali.

Come già detto si nota che i modi non modellati, tramite le corrispondenti forme modali, apportano contributi a frequenze minori nei punti in cui si sono imposti i nodi vanificando l'imposizione del nodo stesso e degradando comunque le prestazioni. Per chiarire meglio il fenomeno, sono state riportate le FDT rispettivamente del sistema controllato in assenza di spillover di controllo (in verde) e con i suoi effetti (linea tratteggiata) evidenziando il degrado di prestazione dovuto ad esso. Nel caso in cui si potesse eliminare l'effetto dello spillover di controllo, si osserva come la logica proposta risulti molto efficace (linea verde) mostrando come le masse 1, 3 e 5 presentino un solo picco di risonanza in corrispondenza del range di frequenze associato ai prime tre modi grazie all'imposizione dei nodi. Tale metodologia potrebbe essere utilizzata ad esempio nel caso in cui si vogliono creare dei nodi vir-

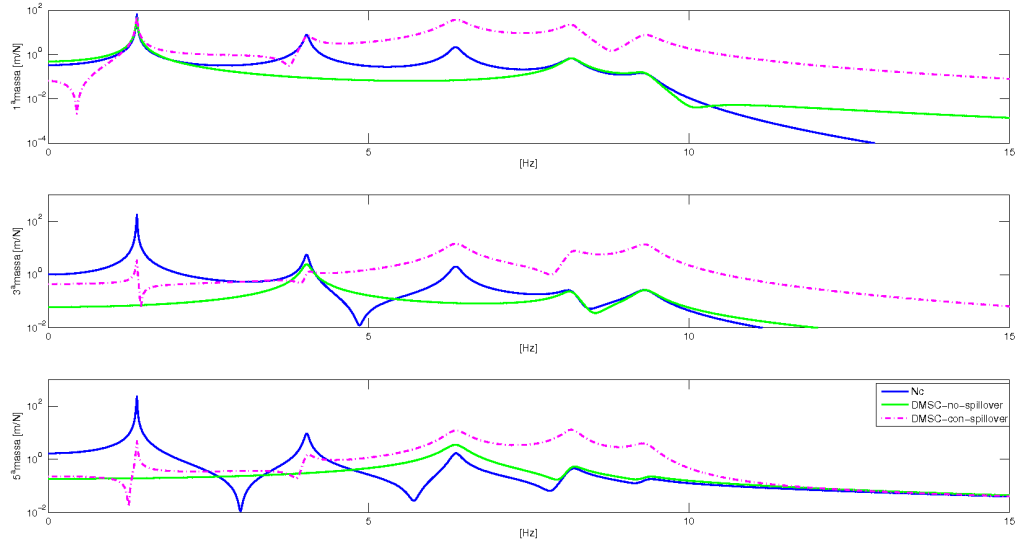


Figura 1.4: DMSC1 effetti spillover di controllo su un sistema discreto

tuali in alcuni punti della struttura dove si vuole annullare la vibrazione o in altri punti in cui agiscono eventuali forze di disturbo vanificandone l'apporto energetico sulla stessa e di conseguenza la sua vibrazione. Tuttavia, queste considerazioni dimostrano la necessità per questo primo metodo di utilizzo del DMSC di attuatori e sensori distribuiti affinché la strategia presentata risulti efficace.

1.3.2 DMSC: Minimizzazione indice di prestazione

Nella maggioranza delle applicazioni reali in cui si vogliono controllare le vibrazioni di sistemi continui, la disponibilità di sensori e attuatori è limitata e spesso non gestibile dal controllista. In questo paragrafo verrà illustrato un uso particolare del DMSC in cui si utilizza di una matrice dei guadagni piena e quindi la modifica delle forme modali è effettuata al fine di minimizzare un indice di prestazione (PI) scelto. Utilizzando questa logica di controllo, a differenza della prima illustrata nel paragrafo precedente, a parte la scelta dei poli controllati, le forme modali non vengono imposte a priori ma il set di modi controllati viene calcolato mediante l'utilizzo di un Algoritmo Genetico (GA), Appendice A, e risulta quello migliore per ottimizzare l'indice prestabilito. Poiché lo scopo di tale strategia di controllo è quello di minimizzare le vibrazioni di una struttura specialmente in alcuni punti della stessa, il PI scelto risulta essere l'integrale dell'ampiezza della FDT tra il disturbo e la variabili fisiche in cui si vuole ridurre particolarmente le oscillazioni in un

determinato range di frequenze dipendentemente dalla natura del disturbo stesso.

$$PI = \int_{\Omega_{min}}^{\Omega_{max}} |FDT| d\Omega \quad (1.36)$$

Tale metodo minimizzando una relazione ingresso-uscita richiede la conoscenza della posizione del disturbo o analogamente delle sue componenti lagrangiane. L'indice di prestazione non tiene invece conto della fase della FDT poiché il vincolo della stabilità è incluso nell'algoritmo stesso che la garantisce in anello chiuso per un numero desiderato di modi p . Tale parametro può essere differente dal numero di modi controllati m ed è una variabile della strategia di controllo da scegliere bilanciando l'accuratezza dell'indice di prestazione e l'energia spesa nella fase di identificazione. L'accuratezza dell'indice di prestazione è influenzata dal numero di modi che contribuiscono a determinare la funzione di trasferimento ma, supponendo di focalizzare il controllo in basse frequenze, i modi a più alta frequenza sono più difficili da eccitare ed il loro contributo è in genere minore rispetto a quello apportato dai primi modi. Nel caso in cui si vuole ridurre in maniera particolare la vibrazione della struttura in più punti, l'indice di prestazione può essere considerato come una somma pesata dei singoli indici. Ad esempio nel caso in cui alcuni punti si trovino più vicino ad un vincolo e le loro oscillazioni risultano di conseguenza minori rispetto a quelle di un estremo libero, con tale somma pesata si può indirizzare l'azione di controllo in modo da ridurre maggiormente la vibrazione in questo ultimo punto. Tale considerazione, come la scelta del range di frequenze e la selezione di un numero di modi intermedio tra quelli controllati e quelli non modellati mostra la flessibilità e una maggior adattabilità di questo controllo rispetto al classico IMSC. L'applicazione di questo metodo può essere sintetizzata in 5 passi:

- Selezione del range di frequenze $[\Omega_{min}, \Omega_{max}]$ in cui l'indice di prestazione deve essere minimizzato
- Selezione degli m poli controllati in termini di frequenze ω e smorzamenti adimensionali ξ desiderati
- Selezione del numero di modi p coinvolto nell'algoritmo di minimizzazione e rispetto ai quali è garantita la stabilità in anello chiuso
- Calcolo del set ottimale di forme modali tale che l'indice di prestazione sia minimo e che i vincoli di stabilità siano rispettati
- Calcolo delle matrici di guadagno $[\mathbf{G}_d]$ e $[\mathbf{G}_p]$

Come analizzato più in dettaglio nel seguito, è importante sottolineare che la modifica delle forme modali oltre all'assegnazione dei poli controllati (a differenza dell'IMSC) richiede generalmente delle azioni di controllo maggiori e di conseguenza tale metodo è più sensibile agli effetti di spillover. Questo effetto è da tenere in considerazione nella scelta del parametro p .

1.4 Problematiche associate a limiti tecnologici

Quanto visto finora ha messo in evidenza solo il principio della strategia di controllo proposta da questa tesi senza considerare però limiti di fattibilità come ad esempio il numero di sensori disponibili, l'entità delle forze di controllo, eventuali problemi di saturazione ed altre differenze dovute ad esempio alla natura delle misure a disposizione. In questo paragrafo verranno messe in luce queste problematiche che sono comuni a tutte le applicazioni pratiche e si vedrà come adattarle alla logica proposta.

1.4.1 Osservatore di stato

Per quanto riguarda la stima delle variabili modali, ci sono diverse possibilità per effettuarla tra cui l'utilizzo di un filtro ovvero tramite l'inversione della matrice di osservazione. Tale scelta presuppone però di avere tante misure quanti sono gli stati utilizzati nella legge di controllo ed inoltre risulta meno performante rispetto ad altre consentendo di avere guadagni relativamente bassi da parte del controllo. Nel presente lavoro si è deciso quindi di utilizzare un osservatore di stato che presuppone di conoscere un modello del sistema considerando un determinato numero di modi m_o . Questo ha il compito di stimare le coordinate principali correggendo la stima con l'errore tra le uscite del sistema reale e quelle ricostruite. Dal momento che nella trattazione proposta non si fa nessuna ipotesi sulla forza di disturbo, se non sulla sua posizione, nel modello dell'osservatore di stato il termine inerente il disturbo non viene considerato portando ad una dinamica forzata dell'errore tra stati esatti e stati stimati. Le equazioni che governano la dinamica di tale osservatore sono quindi

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}_o} = [\mathbf{A}_o]\mathbf{q}_{\mathbf{x}_o} + [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}o}]\mathbf{F}_c + [\mathbf{K}](\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} = [\mathbf{C}_o]\mathbf{q}_{\mathbf{x}_o} \end{cases} \quad (1.37)$$

dove

$$\begin{aligned}
 \underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{o}} &= \begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{o}} \\ \underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{o}} \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{A}_{\mathbf{o}}] &= \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}_{\mathbf{q}\mathbf{o}}]^{-1}[\mathbf{R}_{\mathbf{q}\mathbf{o}}] & -[\mathbf{M}_{\mathbf{q}\mathbf{o}}]^{-1}[\mathbf{K}_{\mathbf{q}\mathbf{o}}] \\ [\mathbf{I}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{o}}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{\mathbf{q}\mathbf{o}}]^{-1}[\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{c}\mathbf{o}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{C}_{\mathbf{m}}] &= [\mathbf{C}_{\mathbf{fis}}][[\Phi_{\mathbf{m}}] \ [\mathbf{0}]] \\
 [\mathbf{C}_{\mathbf{nm}}] &= [\mathbf{C}_{\mathbf{fis}}][[\Phi_{\mathbf{nm}}] \ [\mathbf{0}]] \\
 [\mathbf{C}_{\mathbf{o}}] &= [\mathbf{C}_{\mathbf{fis}}][[\Phi_{\mathbf{o}}] \ [\mathbf{0}]] \\
 \mathbf{y} &= [\mathbf{C}_{\mathbf{m}}]\underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{m}} + [\mathbf{C}_{\mathbf{nm}}]\underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{nm}} \\
 \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{c}} &= [\mathbf{G}]\hat{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{x}\mathbf{m}}
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Con il pedice 'o' si indica l'osservatore e la dimensione di tale sistema dinamico dipende da quante variabili modali vogliono essere ricostruite (m_o).

Il numero m_o può essere diverso dal numero di modi controllati m e dipende dal rango della matrice di osservabilità del sistema descritto nell'equazione (1.37). La matrice $[\mathbf{C}_{\mathbf{fis}}]$ estrae i gradi di libertà misurati dai sensori dal vettore di stato completo mentre le colonne di $[\Phi_{\mathbf{o}}]$ sono composte dai primi m_o modi di vibrare del sistema. Si noti, come già osservato precedentemente, che nell'equazione (1.37) non compare il termine di disturbo e la struttura delle matrici $[\mathbf{C}_{\mathbf{m}}]$, $[\mathbf{C}_{\mathbf{nm}}]$, $[\mathbf{C}_{\mathbf{o}}]$ dipende dalla natura della grandezza retroazionata. Nel caso illustrato nelle equazioni (1.38) si sta ipotizzando di misurare delle velocità poiché il blocco di zeri in tali matrici moltiplica la parte inferiore del vettore di stato. Accoppiando le equazioni del sistema (1.26) con quelle dell'osservatore di stato, si può scrivere la dinamica dell'anello chiuso

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{x}\mathbf{m}} \\ \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{x}\mathbf{nm}} \\ \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{x}\mathbf{o}} \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{\mathbf{q}}}_{\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{l}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{\mathbf{m}}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{m}}][\mathbf{G}][\mathbf{estra}_{\mathbf{o}}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{\mathbf{nm}}] & [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{nm}}][\mathbf{G}][\mathbf{estra}_{\mathbf{o}}] \\ [\mathbf{K}][\mathbf{C}_{\mathbf{m}}] & [\mathbf{K}][\mathbf{C}_{\mathbf{nm}}] & [\mathbf{A}_{\mathbf{o}}] + [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{o}}][\mathbf{G}][\mathbf{estra}_{\mathbf{o}}] - [\mathbf{K}][\mathbf{C}_{\mathbf{o}}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}_{\mathbf{c}\mathbf{l}}]} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{m}} \\ \underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{nm}} \\ \underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{o}} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{q}}_{\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{l}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{d}\mathbf{m}}] \\ [\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{d}\mathbf{nm}}] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{\mathbf{q}\mathbf{x}\mathbf{c}\mathbf{l}\mathbf{d}}]} \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{d}} \tag{1.39}$$

in cui la matrice $[\mathbf{estra}_{\mathbf{o}}]$ permette di estrarre le variabili modali necessarie all'azione di controllo da quelle ricostruite dall'osservatore. Tale sistema è rappresentato schematicamente nella figura 1.5 in cui si mettono in risalto gli effetti di spillover ovvero dei modi non modellati secondo la notazione matriciale precedentemente utilizzata.

Sostituendo il vettore degli stati ricostruiti dall'osservatore con quelli corrispondenti all'errore tra variabili modali esatte e stimate e considerando per

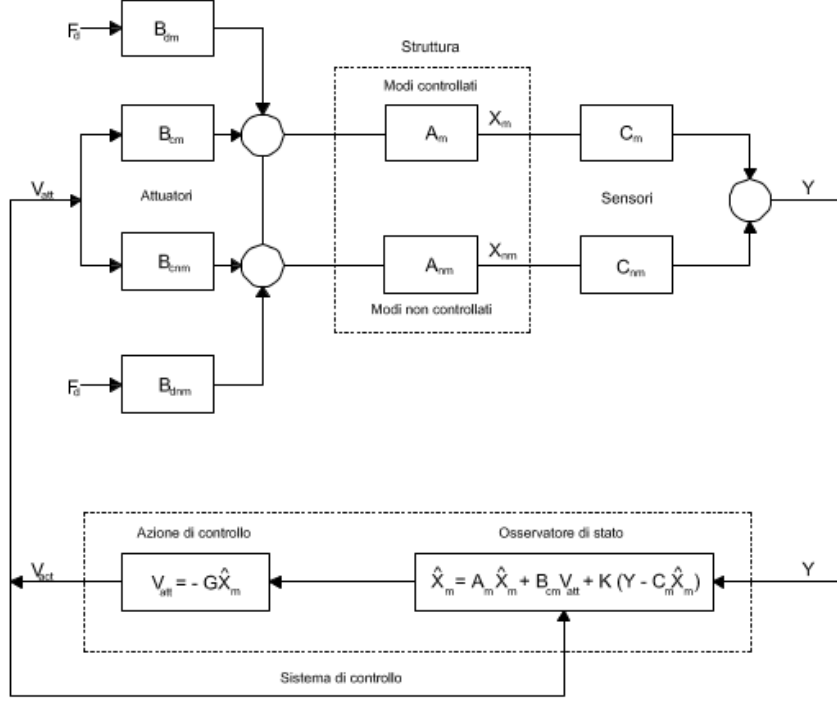


Figura 1.5: Schema a blocchi del sistema in anello chiuso

semplicità di trattazione che $m_o=m$ ovvero che vengono stimati solo i modi necessari all'azione di controllo si può scrivere che

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{xm} \\ \dot{\mathbf{q}}_{xnm} \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_x \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{q}}_{xcl}} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] & [0] & [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] \\ [\mathbf{B}_{qxc nm}][\mathbf{G}] & [\mathbf{A}_{nm}] & [\mathbf{B}_{qxc nm}][\mathbf{G}] \\ [0] & [\mathbf{K}][\mathbf{C}_{nm}] & [\mathbf{A}_m] - [\mathbf{K}][\mathbf{C}_m] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}_{cl}]} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{xm} \\ \mathbf{q}_{xnm} \\ \boldsymbol{\epsilon}_x \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_{xcl}} + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{qxd m}] \\ [\mathbf{B}_{qxd nm}] \\ [\mathbf{B}_{qxd m}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{qxcld}]} \mathbf{F}_d \quad (1.40)$$

Con questa formulazione del sistema in anello chiuso è possibile vedere gli effetti dello spillover di controllo tramite $[\mathbf{B}_{qxc nm}]$ e dello spillover di osservazione tramite $[\mathbf{C}_{nm}]$. Nel caso uno di questi due termini sia zero, ovvero

nel caso si utilizzano o un attuatore distribuito

$$[\mathbf{A}_{cl}] = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] & [0] & [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] \\ [0] & [\mathbf{A}_{nm}] & [0] \\ [0] & [\mathbf{K}][\mathbf{C}_{nm}] & [\mathbf{A}_m] - [\mathbf{K}][\mathbf{C}_m] \end{bmatrix}}_{\text{senza spillover di controllo}} \quad (1.41)$$

o un sensore modale

$$[\mathbf{A}_{cl}] = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] & [0] & [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}] \\ [\mathbf{B}_{qxc nm}][\mathbf{G}] & [\mathbf{A}_{nm}] & [\mathbf{B}_{qxc nm}][\mathbf{G}] \\ [0] & [0] & [\mathbf{A}_m] - [\mathbf{K}][\mathbf{C}_m] \end{bmatrix}}_{\text{senza spillover di osservazione}} \quad (1.42)$$

si ha che le matrici in anello chiuso risultano diagonali a blocchi e avvalendosi del principio di separazione [26] si vede in maniera chiara che i poli in anello chiuso provengono rispettivamente dal controllo $[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{B}_{qxc m}][\mathbf{G}]$, dall'osservatore $[\mathbf{A}_m] - [\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]$ e da quelli non modellati del sistema stesso $[\mathbf{A}_{nm}]$ evitando la possibilità di eventuali instabilità dovute a spillover.

Oltre a questa considerazione riguardo il sistema in anello chiuso, si può notare come l'errore venga forzato dall'azione di disturbo. Ciò comporta che esso non sarà mai zero quindi gli stati stimati risulteranno sempre differenti da quelli reali. Indagando con maggior dettaglio la dinamica dell'errore stesso si può notare che

$$\dot{\underline{\epsilon}}_x = [[\mathbf{A}_m] + [\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]\underline{\epsilon}_x + [\mathbf{B}_{qxd m}]\underline{F}_d - [[\mathbf{K}][\mathbf{C}_{nm}]]\underline{q}_{xnm} \quad (1.43)$$

e verranno ora esaminati separatamente i casi in cui le misure disponibili siano delle velocità o degli spostamenti.

Misure in velocità

Nel caso le grandezze misurate risultino delle velocità, le matrici $[\mathbf{C}_m]$ e $[\mathbf{C}_{nm}]$ hanno la seguente struttura

$$\begin{aligned} [\mathbf{C}_m] &= [\mathbf{C}_{fis}][[\Phi_m] \quad [0]] \\ [\mathbf{C}_{nm}] &= [\mathbf{C}_{fis}][[\Phi_{nm}] \quad [0]] \end{aligned} \quad (1.44)$$

quindi esplicitando l'equazione (1.43) si possono evidenziare i termini inerenti lo spillover di osservazione e la forza di disturbo che agiscono come forzanti sull'errore.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\underline{\epsilon}} \\ \dot{\underline{\epsilon}} \\ \underline{\epsilon} \end{bmatrix}}_{\underline{\ddot{\epsilon}}_x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -[\mathbf{M}_m]^{-1}[\mathbf{R}_m] + [[\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]_{up} & -[\mathbf{M}_m]^{-1}[\mathbf{K}_m] \\ [\mathbf{I} + [[\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]_{dw} & [\mathbf{0}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}_{clerr}]} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\epsilon}} \\ \underline{\epsilon} \end{bmatrix} + \dots \\
 \dots + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_m]^{-1}\mathbf{B}_{qdm} \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{ed}]} \underline{\mathbf{F}}_d + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{C}_{fis}][\Phi_{nm}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{C}_{fis}][\Phi_{nm}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{es}]} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{q}}}_m \\ \underline{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\underline{\mathbf{q}}}_{nm} \\ \underline{\mathbf{q}}_{nm} \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

I pedici *up* e *dw* indicano rispettivamente la metà superiore e quella inferiore delle righe della matrice corrispondente. A parte la modifica della matrice dinamica \mathbf{A}_{clerr} e l'effetto della forza di disturbo, che essendo considerata incognita non permette all'errore di convergere a zero, un ruolo particolare è giocato dalla matrice $[\mathbf{B}_{es}]$ che determina l'effetto dello spillover di misura. La natura della stessa caratterizza come i modi non modellati influenzano l'errore. In tale caso, si osserva che le componenti $\underline{\mathbf{q}}_{nm}$ non impattano l'errore a differenza delle rispettive velocità che hanno effetto su di esso.

Misure in posizione

Analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente, nel caso le misure disponibili siano degli spostamenti le matrici $[\mathbf{C}_m]$ e $[\mathbf{C}_{nm}]$ hanno la seguente struttura

$$\begin{aligned} [\mathbf{C}_m] &= [\mathbf{C}_{fis}][[\mathbf{0}] \quad [\Phi_m]] \\ [\mathbf{C}_{nm}] &= [\mathbf{C}_{fis}][[\mathbf{0}] \quad [\Phi_{nm}]] \end{aligned} \quad (1.46)$$

quindi esplicitando l'equazione (1.43) si può evidenziare come nel caso precedente i termini inerenti lo spillover di osservazione e la forza di disturbo

che agiscono come forzanti sull'errore.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\underline{\epsilon}} \\ \dot{\underline{\epsilon}} \\ \underline{\epsilon} \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{\epsilon}}_x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -[\mathbf{M}_m]^{-1}[\mathbf{R}_m] & -[\mathbf{M}_m]^{-1}[\mathbf{K}_m] + [[\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]_{\text{up}} \\ [\mathbf{I}] & [0] + [[\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]_{\text{dw}} \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}_{\text{clerr}}]} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\epsilon}} \\ \underline{\epsilon} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots + \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_m]^{-1}\mathbf{B}_{\text{qdm}} \\ [0] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{\text{ed}}]} \mathbf{F}_d + \underbrace{\begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [[\mathbf{C}_{\text{fis}}][\Phi_{\text{nm}}]] \\ [0] & [0] & [0] & [[\mathbf{C}_{\text{fis}}][\Phi_{\text{nm}}]] \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B}_{\text{es}}]} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \mathbf{q}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_{\text{nm}} \\ \mathbf{q}_{\text{nm}} \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

Si noti che in questo caso la parte in posizione dei modi non modellati influenza la dinamica dell'errore e, tramite la matrice $[[\mathbf{K}][\mathbf{C}_m]]_{\text{dw}}$ che ha cambiato pesantemente la struttura della dinamica dell'errore, $\underline{\epsilon}$ influenzerà anche $\dot{\underline{\epsilon}}$ che avrà una componente statica anche in eventuali condizioni di regime. Nell'eventualità di una forzante con media diversa da zero l'osservatore con queste caratteristiche porterebbe ad avere una componente di errore statico sia in posizione che in velocità quando la componente in velocità in condizione di regime dovrebbe essere nulla.

1.4.2 Forze di controllo

Un ulteriore elemento da considerare nel DMSC, come già detto precedentemente, sono le forze di controllo generalmente maggiori dell'IMSC poiché vengono cambiati anche i modi di vibrare della struttura. Questa differenza è ancora più accentuata se si considera un IMSC puramente derivativo, $[\mathbf{G}_p] = \mathbf{0}$, ovvero senza modificare le frequenze proprie del sistema. Quanto osservato deve essere tenuto in grande considerazione nel tarare i guadagni per osservatore e controllo in modo da evitare di saturare gli attuatori stessi causando una caduta delle prestazioni del sistema controllato o eventuali instabilità. Per quanto riguarda il secondo metodo di utilizzo del DMSC, illustrato nel paragrafo 1.3.2, il problema delle forze di controllo e della saturazione può essere risolto inserendo tale parametro nel funzionale da minimizzare e pesandolo in maniera opportuna rispetto all'indice di prestazione descritto nell'equazione (1.36). In questo modo si può ottenere una nuova

funzione obiettivo da minimizzare

$$PI = \int_{\Omega_{min}}^{\Omega_{max}} \psi |FDT|_{F_d \rightarrow Y} + \gamma |FDT|_{F_d \rightarrow F_c} d\Omega \quad (1.48)$$

dove ψ e $\gamma \in \Re$ servono per pesare i due termini oltre a scalarli per renderli comparabili nel loro contributo all'indice di prestazione. Un metodo alternativo per limitare le forze di controllo consiste nel limitare l'entità dei termini della matrice dei guadagni ad un valore soglia dipendentemente dalle forze massime erogabili dagli attuatori utilizzati per il controllo.

Capitolo 2

Modello e simulazioni numeriche

La struttura in esame su cui è stata testata la logica di controllo presentata in questo lavoro di tesi è una trave di alluminio incastrata in una estremità e libera nell'altra strumentata con accelerometri e patch piezoelettriche come mostrato dalla figura 2.1. In questo capitolo verrà illustrato il modello numerico di tale struttura partendo dalla modellazione della sola trave a mensola e di seguito inserendo i contributi della strumentazione. Verrà quindi mostrato il principio di funzionamento degli attuatori piezoelettrici in modo da rappresentare il loro effetto tramite delle azioni equivalenti. In base ai modi osservati e controllati viene mostrata la procedura utilizzata per il posizionamento di sensori ed attuatori concludendo con i risultati numerici utilizzando sia la logica di controllo DMSC1 (1.3.1) sia il DMSC2 (1.3.2). Le smart structures sono strutture di nuova generazione in grado di cambiare alcuni loro parametri mentre condizioni esogene vengono modificate in modo da adattarsi a queste variazioni.

Risultati sempre più performanti sono stati ottenuti grazie alla cooperazione e sviluppo di diversi settori da quello produttivo, alla sensoristica. Ciò ha permesso di costruire strutture strumentate, ovvero la base delle smart structures, la cui progettazione risulta sempre più competitiva poichè il loro comportamento non è fisso ma evolve nel tempo dipendentemente dalle condizioni esterne, usura e altri fenomeni fisici. Il modello numerico della trave incastrata compresa della strumentazione utilizzata è stato ottenuto tramite il metodo degli Elementi Finiti [23] come accennato nell'introduzione e descritto in dettaglio

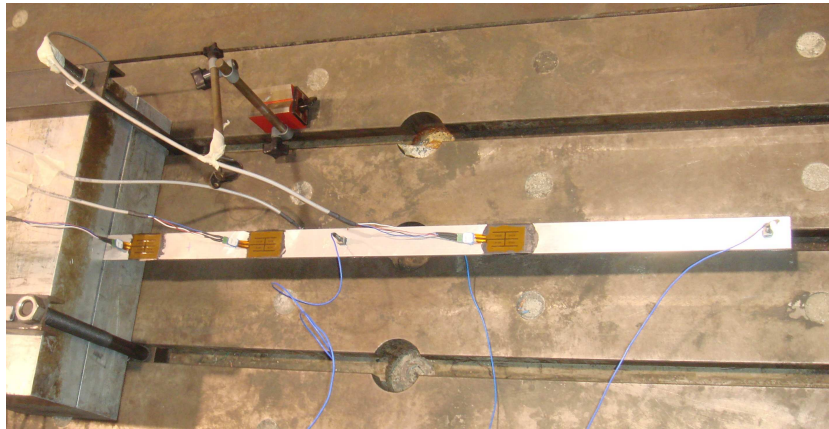


Figura 2.1: Trave strumentata

nella sezione seguente.

2.1 Modello numerico della trave a mensola

Come accennato nel paragrafo 1.1, l'equazione di moto proveniente da una discretizzazione agli elementi finiti di una struttura continua è analoga all'equazione (1.1) dove il vettore \underline{z} contiene i gdl dei nodi della struttura $\underline{z}^T = [x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ \dots \ x_{20} \ y_{20} \ \theta_{20}]$. Il modello FEM descrive la dinamica della trave incastrata nel piano verticale (xy) secondo il sistema di riferimento illustrato nella figura 2.2. Essendo gli assi scelti come sistema di riferimento,

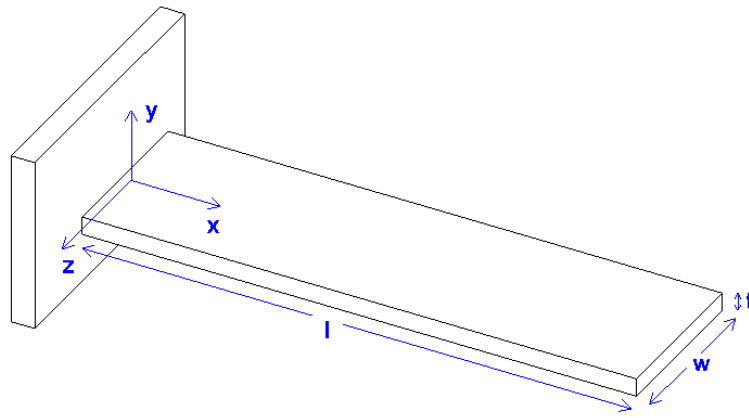


Figura 2.2: Trave: sistema di riferimento e dimensioni caratteristiche

assi principali di inerzia, è possibile disaccoppiare i moti nei diversi piani e considerare quindi il problema vibratorio come un problema bidimensionale nonostante si tratti di un sistema 3D. Le dimensioni e le proprietà della struttura considerata sono riportate in tabella 2.1. La discretizzazione è sta-

Tabella 2.1: Dimensioni e proprietà della trave descritta dal modello numerico

l (m)	w (m)	t (mm)	E (MPa)	m (kg/m)
1	0.04	6.1	67000	0.754

ta effettuata considerando elementi finiti trave interposti tra i nodi. Ognuno di questi possiede 3 gdl che sono rispettivamente lo spostamento assiale in direzione x, quello trasversale in direzione y e la rotazione rispetto all'asse z

considerata positiva nel senso antiorario. La lunghezza dell'elemento finito L_{elj} è stata calcolata in modo tale che ognuno di questi lavori in zona quasi statica ovvero che la prima frequenza propria del j -esimo elemento finito risulti almeno due volte maggiore della frequenza massima del forzamento a cui la trave sarà soggetta secondo la relazione

$$\omega_{elj} = \left(\frac{\pi^2}{L_j} \right) \sqrt{\left(\frac{E_j J_j}{\rho_j A_j} \right)} \geq 2\Omega_{maxFd} \quad (2.1)$$

dove E_j , A_j , ρ_j e J_j rappresentano rispettivamente modulo di Young, area della sezione, densità del materiale e momento di inerzia flessionale del j -esimo elemento finito. Da tale relazione è possibile ricavare la lunghezza massima di questo per rispettare le ipotesi prima descritte e permettere al modello di approssimare bene la dinamica del sistema reale nonostante le funzioni di forma sono inerenti la statica della trave

$$L_{eljmax} \leq \sqrt{\frac{\pi^2}{2\Omega_{maxFd}}} \sqrt{\left(\frac{E_j J_j}{\rho_j A_j} \right)} \approx 0.185[m] \quad (2.2)$$

Tale lunghezza è ottenuta considerando la frequenza massima della forzante $\Omega_{max} = 200Hz \approx 1256rad/s$ e i dati riportati in tabella 2.1. La dimensione finale scelta nella discretizzazione deve tener conto anche dell'eventuale posizione di sensori e attuatori in modo tale che possano essere correttamente modellati e posizionati sui gdl dei nodi corrispondenti e risulta $L_{elj} = 0.05[m]$. Con questa scelta, il modello FEM ha 21 nodi di cui uno vincolato nell'incastro per un totale di $20 \times 3 = 60$ gdl e 20 elementi finiti.

Gli accelerometri e le patch piezoelettriche sono modellate rispettivamente come masse concentrate, andando a modificare la matrice inerziale della struttura in corrispondenza dei gdl di spostamento orizzontale e verticale nei nodi dove questi sono collocati, e con un aumento di massa e rigidità distribuita in corrispondenza degli elementi finiti sui cui sono incollate le patch. Una volta descritto il problema in questa forma è possibile applicare la teoria e le strategie di controllo descritte nei paragrafi precedenti.

2.2 Attuatori piezoelettrici

Come introdotto all'inizio di questo capitolo, la strumentazione verrà modellata e incorporata nel modello FEM della sola trave. Per fare ciò è necessario illustrare il principio di funzionamento degli attuatori piezoelettrici per poi

rappresentare le azioni equivalenti che permettono di riprodurre fedelmente i loro effetti sulla struttura.

La piezoelettricità è una parola che deriva dal greco $\pi\iota\epsilon\zeta\epsilon\iota\nu$, premere, comprimere, ed è la proprietà che hanno alcuni cristalli di generare una differenza di potenziale quando sono soggetti a una deformazione meccanica. Tale effetto, scoperto per la prima volta da Pierre e Jacques Curie nel 1880, è reversibile e si verifica su scale dell'ordine dei nanometri. Il funzionamento del suo cristallo è molto semplice; quando viene applicata una pressione (o decompressione) esterna, si posizionano, sulle facce opposte cariche di segno diverso in modo tale che il cristallo si comporti come un condensatore al quale è stata applicata una differenza di potenziale. Se queste facce vengono collegate tramite un circuito elettrico esterno si genera la corrente piezoelettrica, viceversa se si applica una differenza di potenziale ad esse l'effetto risultante è la deformazione meccanica dello stesso. I materiali piezoelettrici più diffusi attualmente sono ceramici o polimerici. I ceramici hanno una struttura atomica tetragonale o romboidale asimmetrica che dipende dalla temperatura e tale dipendenza è alla base del processo di polarizzazione. Tale processo consiste in un riscaldamento del materiale e una successiva immersione in un campo elettrico che permette di orientare le strutture cristalline originariamente disordinate nella direzione di polarizzazione lungo la quale si hanno proprietà piezoelettriche prima descritte. Nel caso in cui il materiale polarizzato viene riportato al di sopra della temperatura di Curie perde le sue caratteristiche piezoelettriche. Le loro equazioni costitutive sono (per semplicità vengono riportate le relazioni nel caso monodirezionale):

$$\epsilon = C_E \sigma + dE \quad (2.3)$$

$$D = d\sigma + d_\sigma E \quad (2.4)$$

dove $\epsilon[-]$ è la deformazione, $\sigma[N/m^2]$ è lo sforzo, $E[V/m]$ è il campo elettrico, $D[C/m^2]$ è la carica dielettrica per area, $C_E[m^2/N]$ è la cedevolezza con un campo elettrico costante, $d[m/V]$ è la costante di deformazione piezoelettrica che nel caso multidimensionale cambia in funzione dell'angolo relativo tra la direzione considerata e quella di polarizzazione, ϵ_σ è la costante dielettrica del materiale ed infine d_σ è la costante dielettrica del materiale con sforzo costante. Dalle equazioni costitutive che governano la fisica dei materiali piezoelettrici, per comprendere meglio il loro funzionamento come attuatori macroscopici dalle equazioni (2.3 - 2.4) si derivano le corrispondenti relazioni in termini di Voltaggio V in $[V]$, Forza F in $[N]$, elongazione Δl in $[m]$ e di carica q in $[C]$ nel caso di attuatori piezoelettrici laminari usati nel presente lavoro e schematizzati in figura 2.3.

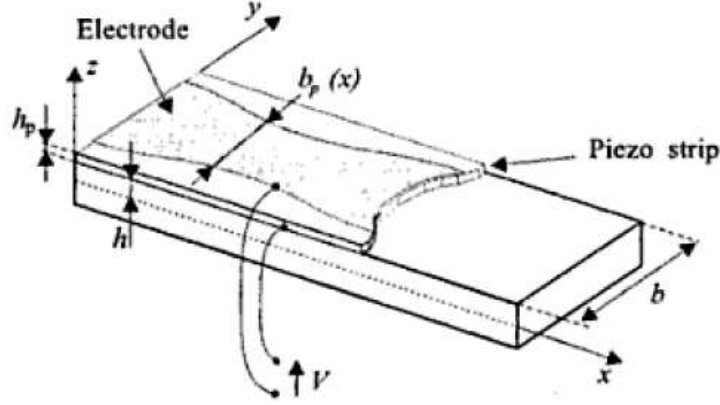


Figura 2.3: Schema di un attuttore piezoelettrico incollato ad una trave

Denotando con A la sezione dell'attuttore piezoelettrico e con l_0 la sua lunghezza iniziale nella direzione di polarizzazione, tramite le seguenti relazioni

$$\begin{aligned} F &= \sigma A \\ V &= El_0 \\ \Delta l &= \epsilon l_0 \\ q &= DA \end{aligned} \tag{2.5}$$

e alla definizione di rigidezza k_{pz} e capacità C della patch

$$\begin{aligned} k_{pz} &= \frac{A}{C_E l_0} \\ C &= \frac{\epsilon_\sigma A}{l_0} \end{aligned} \tag{2.6}$$

è possibile ricavare per sostituzione

$$\begin{aligned} \Delta l &= k_{pz}^{-1} F + d_{13} V \\ q &= d_{13} F + CV \end{aligned} \tag{2.7}$$

in cui d_{13} rappresenta la costante di deformazione piezoelettrica longitudina-

le (direzione x) quando una differenza di potenziale è applicata in direzione z. Da queste due relazioni si conclude che un voltaggio esterno applicato al piezo, genera una carica q ai suoi estremi e causa un allungamento Δl . In maniera opposta, una forza esterna applicata al piezo, causa un suo allungamento e, data la rigidità alta ma finita di questo, genera una concentrazione di carica q ai suoi estremi. Le proprietà elettromeccaniche di questo tipo di materiali permette il loro utilizzo sia per l'attuazione che per la misura sfruttando la reversibilità del meccanismo come appena descritto. Partendo dalla prima equazione delle due in (2.7) si può dimostrare [25] che l'azione esercitata dall'attuatore piezoelettrico, con larghezza costante b_p e modulo di Young E_p , sul supporto a cui è incollato è equivalente ad una coppia concentrata ai suoi estremi come mostrata in figura 2.4 e pari a

$$M_p = -E_p d_{31} V b_p h \quad (2.8)$$

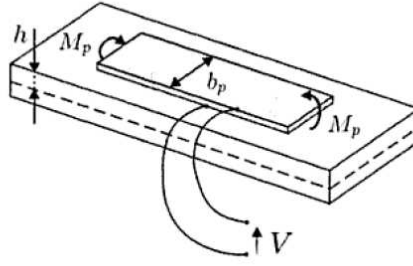


Figura 2.4: Azioni esercitate da un attuatore piezoelettrico laminare a sezione costante

Si noti che h verrà considerato come somma dei semi spessori della trave e dell'attuatore stesso. Gli attuatori QP20 utilizzati in questo lavoro e le cui caratteristiche e dimensioni vengono riportate nella tabella 2.2, sono costituiti da due lamine sovrapposte come in figura 2.5 ognuna delle quali può essere pilotata separatamente dall'altra.

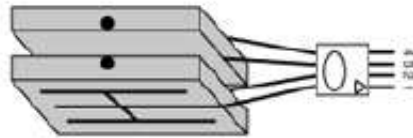


Figura 2.5: Schema costitutivo attuatore QP20w

Tabella 2.2: Dimensioni e caratteristiche attuatori QP20w

Attuatore piezoelettrico QP20w	
Application type	strain actuator or bimorph actuator
Device size [m]	$0.0508 \times 0.0381 \times 7.62e^{-4}$
Device weight [kg]	0.0079
Active elements	1 stack of 2 piezos
Piezo wafer size [m]	$0.0460 \times 0.0333 \times 2.54e^{-4}$
Device capacitance [μF]	0.20
Full scale voltage range [V]	± 0.20

Se le due lamine sono pilotate indipendentemente, ad esempio facendo espandere quella superiore e contrarre quella inferiore, è possibile flettere l'attuatore piezoelettrico e farlo funzionare nella configurazione "cantilever" come in figura 2.6. Nel caso in cui le due vengono pilotate insieme l'attuatore si espande o si contrae in base alla direzione del campo elettrico funzionando nella seconda modalità chiamata "bounded configuration" come illustrato in figura 2.7. Dalla schematizzazione nella parte destra della figura 2.7 si può

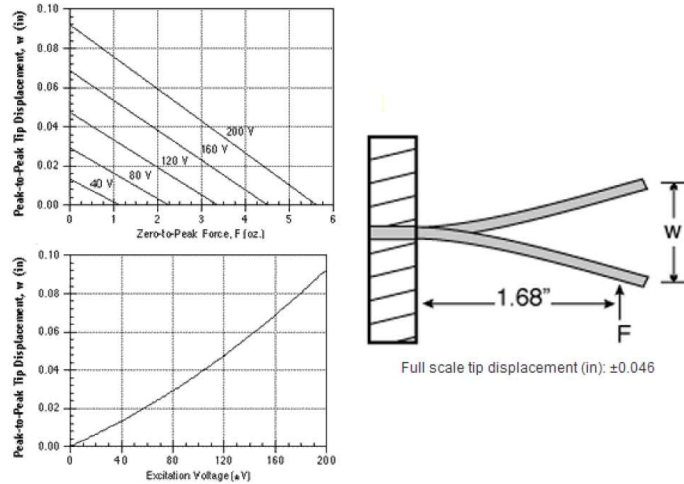


Figura 2.6: Cantilever configuration

notare che l'effetto dell'attuatore stesso in questa configurazione equivale a riportare la forza F sull'asse della struttura su cui è incollato generando quindi oltre ad una coppia di momenti concentrati anche una azione assiale che però è trascurabile e non verrà riportata nella presente trattazione. Come

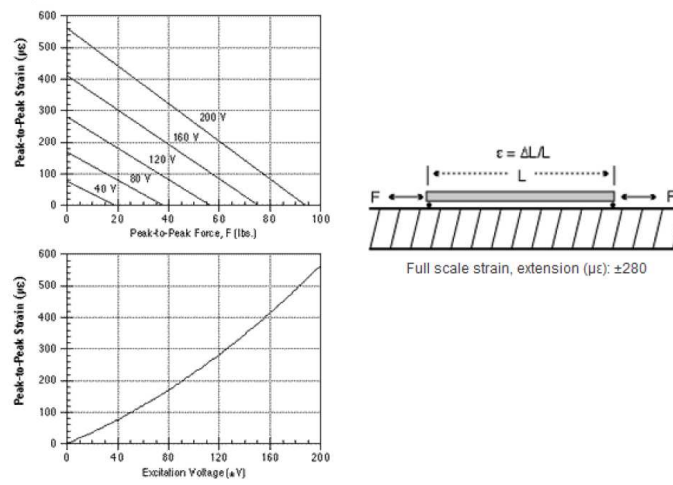


Figura 2.7: Bounded configuration

già accennato nella prima parte del paragrafo, l'attuatore piezoelettrico ha una rigidità finita e di conseguenza, per calcolare la massima forza erogabile in funzione del voltaggio che questo riceve in input, bisogna intersecare il grafico in alto della figura 2.7 con la retta ϵ, F che descrive le caratteristiche meccaniche del sistema stesso. Poiché l'attuatore è alimentato da un segnale in tensione amplificato da un amplificatore operazionale, bisogna tenere conto dei limiti inerenti la strumentazione stessa che verranno presentati nel capitolo 3.

2.3 Osservazione sul numero di sensori e di attuatori

2.3.1 Numero di attuatori

Secondo la ben nota teoria del controllo modale indipendente, per controllare un desiderato numero di modi m , dimensione del modello ridotto, è necessario disporre di uno stesso numero di attuatori. Presupponendo di conoscere le variabili modali usate nell'equazione (2.11), tale condizione risulta evidente dalle relazioni presenti nel paragrafo 1.2 poiché a partire dall'equazione del moto in coordinate modali (1.22)

$$[\mathbf{M}_q]\ddot{\mathbf{q}}_n + [\mathbf{R}_q]\dot{\mathbf{q}}_n + [\mathbf{K}_q]\mathbf{q}_n = [\Phi]^T [\Lambda_{F_c}]^T \mathbf{F}_c + [\mathbf{B}_{qd}]\mathbf{F}_d \quad (2.9)$$

e considerando che la forza di controllo viene calcolata sul modello ridotto

$$[\mathbf{M}_{qm}]\ddot{\mathbf{q}}_m + [\mathbf{R}_{qm}]\dot{\mathbf{q}}_m + [\mathbf{K}_{qm}]\mathbf{q}_m = \underbrace{[\Phi_m]^T [\Lambda_{Fc}]^T \mathbf{F}_c}_{\mathbf{F}_{cmod}} + [\mathbf{B}_{qdm}]\mathbf{F}_d \quad (2.10)$$

$$\mathbf{F}_{cmod} = +[\mathbf{G}_d]\dot{\mathbf{q}}_m + [\mathbf{G}_p]\mathbf{q}_m \quad (2.11)$$

si ricava che per imporre i desiderati valori di $[\mathbf{G}_d]$ e $[\mathbf{G}_p]$

$$\mathbf{F}_c = ([\Phi_m]^T [\Lambda_{Fc}]^T)^{-1}[\mathbf{G}_d]\dot{\mathbf{q}}_m + ([\Phi_m]^T [\Lambda_{Fc}]^T)^{-1}[\mathbf{G}_p]\mathbf{q}_m \quad (2.12)$$

E' facile dedurre che affinché l'espressione $([\Phi_m]^T [\Lambda_{Fc}]^T)$ risulti invertibile il numero di attuatori per il controllo, ovvero il numero di colonne di $[\Lambda_{Fc}]^T$ deve essere pari ad m ovvero al numero di modi che si vogliono controllare.

2.3.2 Numero di sensori

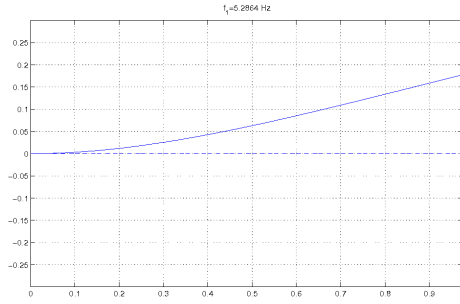
Secondo quanto detto nel paragrafo precedente, le variabili modali $\dot{\mathbf{q}}_m$ e \mathbf{q}_m necessarie per il controllo erano considerate note ma nell'applicazione reale queste devono essere stimate. Nel caso si utilizzasse l'inversione della matrice di osservazione per effettuare tale stima, si noterebbe che anche il numero di misurazioni necessarie è pari ad m ovvero al numero di modi controllati poiché solo in questo caso $([\mathbf{C}_{fis}][\Phi_m])$ risulterebbe invertibile

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{fis}][\Phi_m] & [0] \\ [0] & [\mathbf{C}_{fis}][\Phi_m] \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \mathbf{q}_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}_{xm}} \quad (2.13)$$

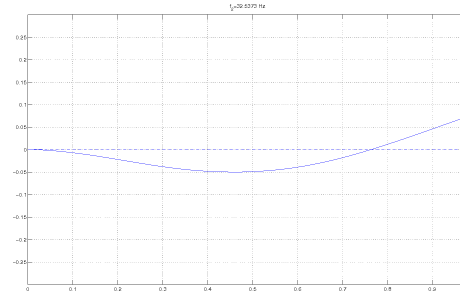
Dall'equazione (2.13) si può dedurre inoltre che c'è bisogno sia dei segnali in posizione che delle rispettive velocità per calcolare il vettore di stato del modello ridotto \mathbf{q}_{xm} . Nel caso i sensori utilizzati misurino delle posizioni le velocità sono facilmente ottenibili con l'operazione di derivata a differenza del caso opposto in cui si può ottenere il segnale di posizione dalle velocità a meno del valore iniziale tramite integrazione. E' bene osservare che anche invertendo la matrice di osservazione è presente la problematica dello spillover poiché l'effettiva misura \mathbf{Y} non è costituita dal contributo dei soli modi modellati ma anche dai rimanenti non modellati causando un errore nella stima di \mathbf{q}_{xm} .

Nella logica di controllo utilizzata in questa tesi si è scelto di utilizzare un osservatore di stato per ricostruire le variabili modali come descritto nel pa-

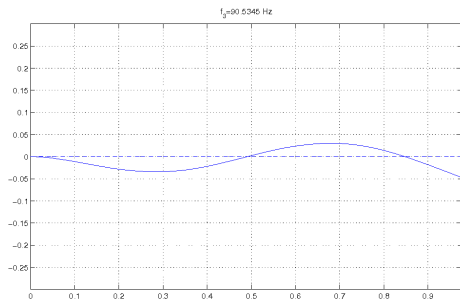
ragrafo 1.4.1 e il numero di sensori necessario dipende dal rango della matrice di osservabilità del sistema dinamico dell'osservatore descritto dall'equazione (1.37).



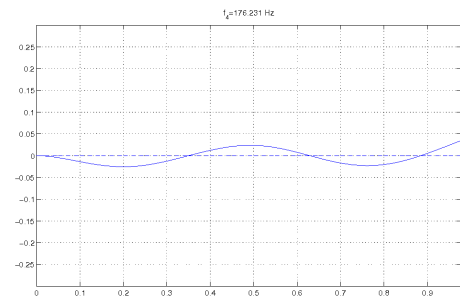
(a) 1° modo di vibrare



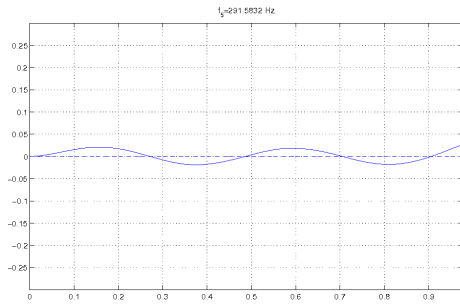
(b) 2° modo di vibrare



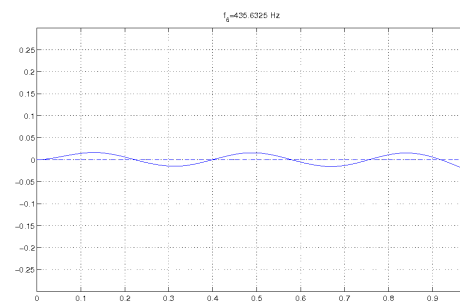
(c) 3° modo di vibrare



(d) 4° modo di vibrare



(e) 5° modo di vibrare



(f) 6° modo di vibrare

Figura 2.8: Primi sei modi di vibrare della trave a mensola

2.4 Posizionamento di sensori e di attuatori

Il problema del posizionamento di sensori e attuatori è un ambito di notevole importanza nella teoria del controllo e vi sono molte metodologie a riguardo che permettono il calcolo delle posizioni ottimali tramite la massimizzazione di un funzionale [24]. In queste logiche di posizionamento, un obiettivo fondamentale è la minimizzazione degli effetti di spillover sia di controllo che di osservazione. Ad esempio, riguardo lo spillover di osservazione, si cerca di posizionare i sensori nei nodi o nella loro prossimità per i modi non modellati in modo tale che questi contribuiscano poco alla misura. Un ragionamento analogo si esegue per le azioni di controllo e la riduzione del corrispondente spillover. Allo stesso tempo la posizione dei sensori deve essere scelta accuratamente in modo tale da non coincidere con dei nodi dei modi di vibrare che si vogliono ricostruire e per quanto riguarda le patch piezoelettriche devono essere posizionate in punti in cui la curvatura dei modi di vibrare da controllare è massima in modo da massimizzare la loro componente lagrangiana e quindi minimizzarne la loro entità. Nel presente lavoro, il posizionamento viene effettuato tenendo conto solo delle ultime considerazioni e non tramite l'ottimizzazione di un funzionale. Viene inoltre considerato che il numero di modi controllati è $m = 3$ mentre l'osservatore di stato stima le prime $m_o = 6$ coordinate modali. In figura 2.8 sono riportati i primi 6 modi di vibrare della trave incastrata senza l'effetto degli elementi concentrati che modellano la strumentazione poiché questo risulta essere il punto di partenza per il posizionamento. Per quanto riguarda i sensori, si devono semplicemente osservare i nodi FEM in corrispondenza dei quali la componente dell' i -esimo modo in termini di spostamento verticale y (Φ_y^i) è massima come mostrato in figura 2.9. I valori riguardanti i singoli modi e la somma di questi sono stati calcolati secondo l'equazione

$$\begin{aligned}\Phi_{yN}^i &= \frac{|\Phi_y^i|}{\max |\Phi_y^i|} \\ \Phi_{yN}^{1-6} &= \frac{\sum_{i=1}^{m_o=6} |\Phi_y^i|}{\max \sum_{i=1}^{m_o=6} |\Phi_y^i|}\end{aligned}\tag{2.14}$$

Per gli attuatori piezoelettrici invece si è considerata, come accennato precedentemente, la curvatura calcolata come differenza tra le rotazioni dei nodi FEM che comprendono ogni elemento finito normalizzata a quella massima

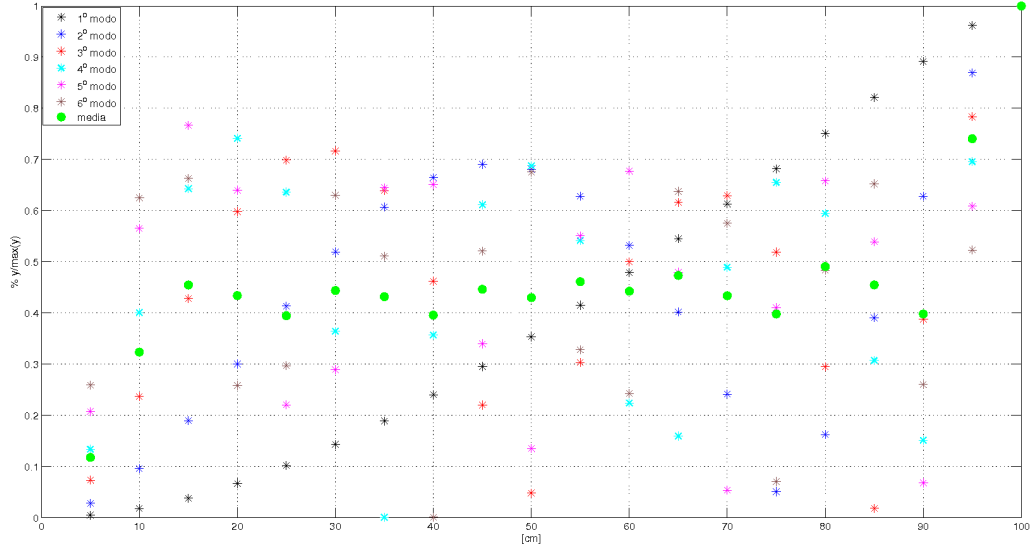


Figura 2.9: Componenti modali al moto verticale (y) associate ai primi sei modi

per ogni modo di vibrare come calcolato nell'equazione

$$\begin{aligned} \Delta_{\Phi_{\theta N}^i} &= \frac{|\Delta_{\Phi_{\theta}^i}|}{\max |\Delta_{\Phi_{\theta}^i}|} \\ \Delta_{\Phi_{\theta N}^{123}} &= \frac{\sum_{i=1}^{m=3} |\Delta_{\Phi_{\theta N}^i}|}{\max \sum_{i=1}^{m=3} |\Delta_{\Phi_{\theta N}^i}|} \end{aligned} \quad (2.15)$$

e mostrato in figura 2.10. La somma normalizzata dei singoli indici rappresenta l'indicatore principale utilizzato per il posizionamento degli attuatori come per i sensori ed è riportata in verde in entrambi i grafici. Si noti che nel posizionamento dei sensori si è cercato di avere componenti lagrangiane egualmente alte, soprattutto per i primi $m = 3$ modi e in misura minore per i rimanenti $m_o - m = 3$ modi, poichè sono quelli necessari all'azione di controllo. Ciò porta a posizionare i sensori non esattamente nei punti massimi indicati in verde nella figura 2.9. Per quanto riguarda la scelta della posizione degli attuatori piezoelettrici si osserva che a causa di attività sperimentali svolte in precedenza sulla stessa trave, la posizione di due patch è stata già determinata ed è in corrispondenza rispettivamente del 2° e del 6° elemento finito mentre la posizione dei rimanenti due attuatori (una per l'azione di disturbo) è scelta secondo quanto espresso precedentemente. Il

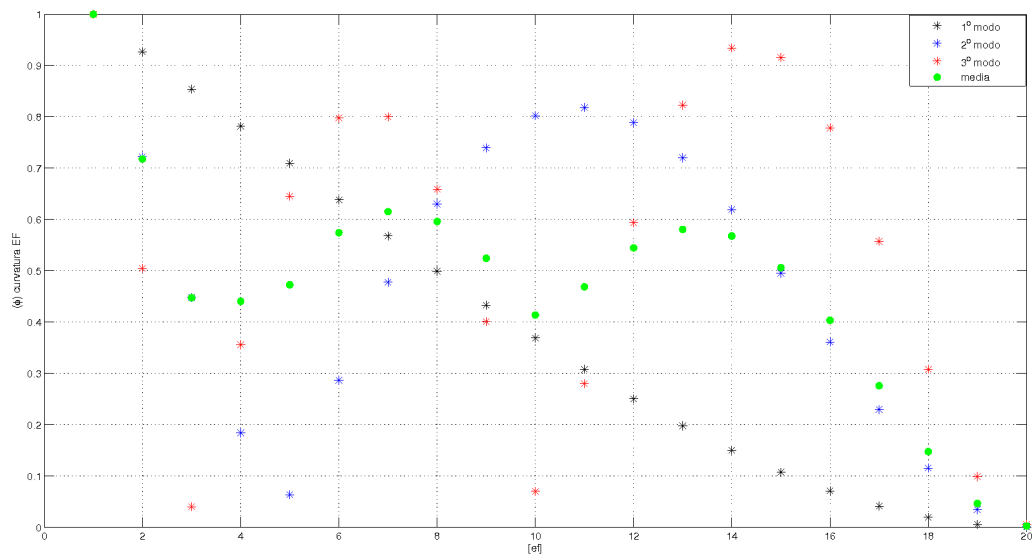


Figura 2.10: Curvature degli EF associate ai primi tre modi

posizionamento finale scelto per i sensori è riportato in tabella 2.3 mentre quello per gli attuatori di controllo e quello di disturbo è riportato in tabella 2.4.

Tabella 2.3: Posizionamento accelerometri

	a_1	a_2	a_3
posizione(m)	0.4	0.55	0.95

Tabella 2.4: Posizionamento attuatori piezoelettrici

	F_d	F_{c1}	F_{c2}	F_{c3}
posizione(cm)	[40-45]	[5-10]	[25-30]	[60-65]
elem. finito n°	9	2	6	13

Una schematizzazione del sistema integrato con trave e strumentazione è riportato in figura 2.11.

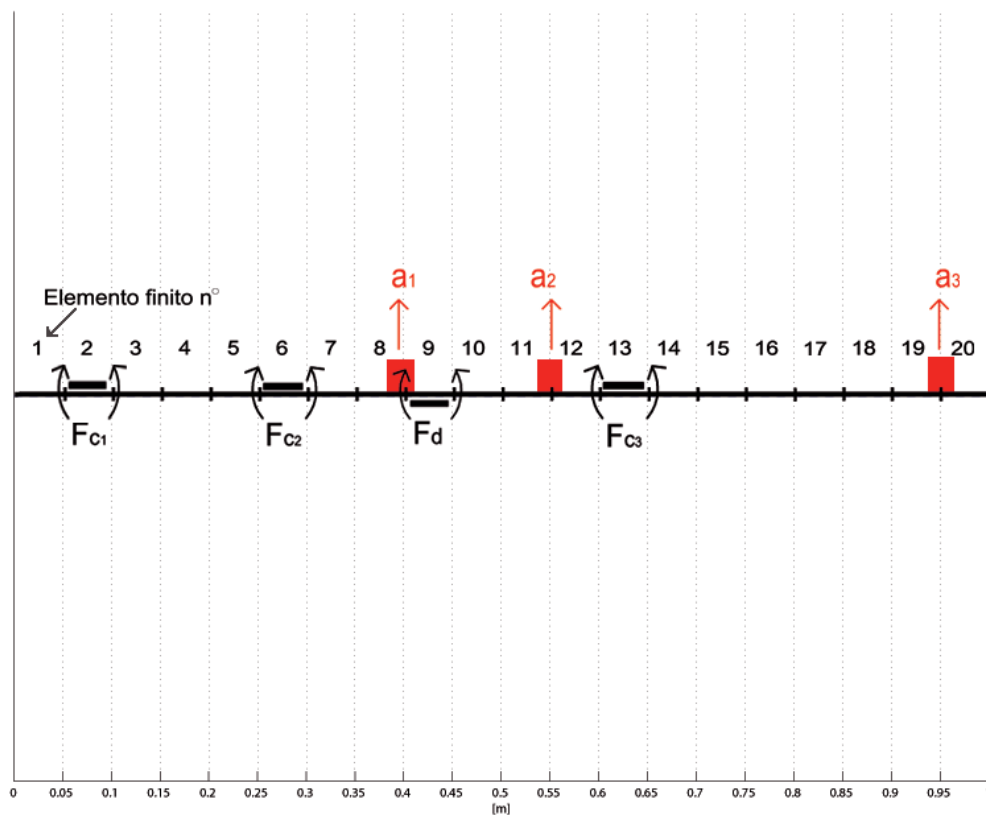


Figura 2.11: Schematizzazione trave strumentata

2.5 Simulazioni numeriche

Nel presente paragrafo vengono riportate le simulazioni numeriche condotte sul modello appena descritto utilizzando il DMSC1 e il DMSC2. La trattazione inerente i problemi di spillover e il posizionamento di sensori e attuatori appena mostrata riguarda l'applicazione del DMSC2. Per il DMSC1, come espresso nel capitolo 1, è necessario l'utilizzo di attuatori e sensori distribuiti, ovvero assenza di spillover, affinché il controllo risulti efficace.

Si consideri inoltre che il modello numerico utilizzato per calcolare i risultati mostrati in questo paragrafo è stato aggiornato con i parametri identificati sperimentalmente, come verrà mostrato nel capitolo 3, in modo da riprodurre numericamente il comportamento della trave in esame. Gli stessi grafici verranno poi utilizzati per il confronto numerico sperimentale. Il classico IMSC è riportato nei seguenti casi come termine di confronto rispetto alle logiche proposte a dimostrazione dell'effetto ottenuto grazie alla modifica delle forme modali a parità di autovalori imposti. Per tutti i casi, le $m = 3$ coppie di poli controllati sono state scelte in modo tale da lasciare invariata la frequenza smorzata rispetto al sistema non controllato e imporre i desiderati valori di smorzamento adimensionale come mostrato nella tabella 2.5

Tabella 2.5: Poli controllati imposti

	1° modo	2° modo	3° modo
ω_c [Hz]	5.16	31.35	88.37
ξ_c %	9	7	3.5

2.5.1 DMSC1 risultati numerici

Per quanto riguarda il DMSC1, la modellazione analitica di sensori e attuatori distribuiti [25, 29] tramite l'utilizzo delle stesse funzioni di forma degli elementi finiti, permette di annullare gli effetti di spillover di controllo e di osservazione e di conseguenza creare nodi virtuali nei modi di vibrare controllati in corrispondenza di un numero finito di gradi di libertà. La stessa procedura applicata nel paragrafo 1.3.1 nel caso di un sistema discreto è stata applicata al sistema continuo in esame. L'imposizione dei nodi virtuali è stata ottenuta selezionando opportunamente i coefficienti della matrice $[\mathbf{Z}]$ secondo l'equazione (1.33). I gradi di libertà in cui si sono imposti i nodi di

vibrazione sui primi tre modi controllati sono gli spostamenti verticali y in corrispondenza della posizione dei sensori (tabella 2.3). In particolare, sulla prima uscita si è imposto un nodo per il primo e secondo modo, sulla seconda il nodo imposto riguarda il primo e terzo modo ed infine in corrispondenza del terzo sensore è stato imposto un nodo per i modi due e tre. In figura 2.12 sono riportati i primi tre modi di vibrare rispettivamente del sistema non controllato (blu) e del sistema controllato (rosso) evidenziando l'imposizione del passaggio per tre punti (verde) su ciascun modo. Si noti come per ogni deformata modale controllata solo uno dei tre punti imposti è diverso da zero.

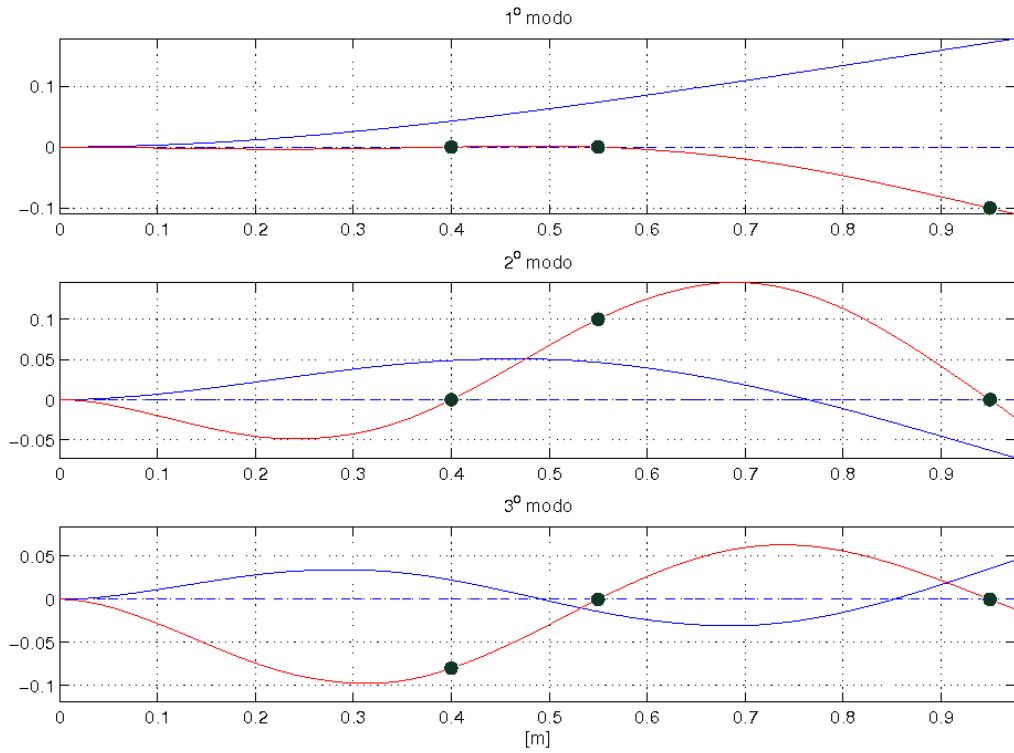


Figura 2.12: DMSC1: Modi di vibrare non controllati (blu), controllati (rosso) e valori imposti (marker verdi)

In figura 2.13 è riportata la posizione dei primi $m = 3$ poli del sistema non controllato, del sistema controllato sia secondo la logica IMSC che DMSC1 e quella dei poli desiderati imposti.

Si può osservare che l'assenza di spillover porta sia alla coincidenza tra i poli del sistema in anello chiuso e quelli imposti sia l'uguaglianza dei poli per il sistema controllato tramite IMSC e quello controllato con il DMSC. In figura 2.14 è mostrata la risposta del sistema non controllato, controllato

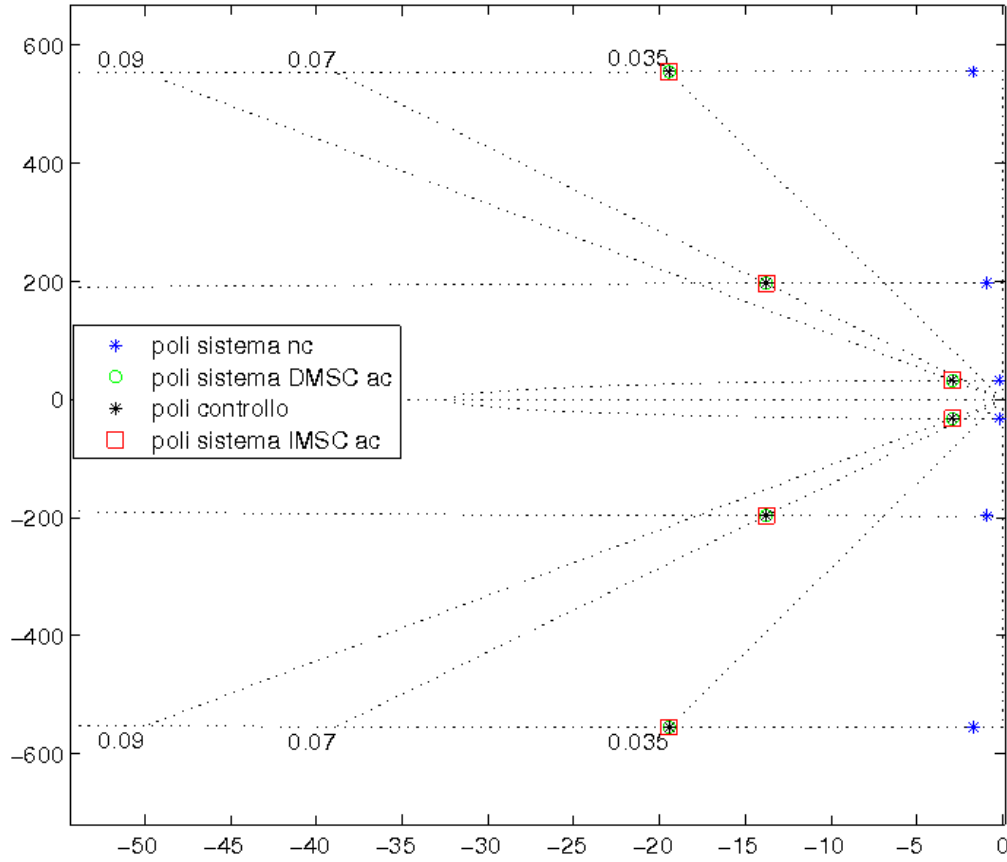


Figura 2.13: DMSC1: Primi $m = 3$ poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti

IMSC e controllato DMSC1 ad una coppia di disturbo sweep lineare con ampiezza 0.2 Nm, velocità di sweep 0.3 Hz/s per una durata di 300 secondi. E' possibile osservare come la curva verde che rappresenta la risposta del sistema controllato con il DMSC1 presenti una singola frequenza di risonanza per ognuna delle risposte come era ragionevole aspettarsi dopo la creazione di nodi virtuali come precedentemente spiegato. Le funzioni di trasferimento tra il disturbo e le uscite del sistema sono presentate rispettivamente nelle figure 2.15, 2.16 e 2.17. In figura 2.15 si può notare la presenza di una coppia di zeri complessi coniugati a bassissima frequenza per il sistema non controllato a giustificazione del fatto che il punto i corrispondeva della prima misura staticamente è fermo. Ciò è deducibile calcolando la deformata statica della struttura forzata dalla coppia di disturbo.

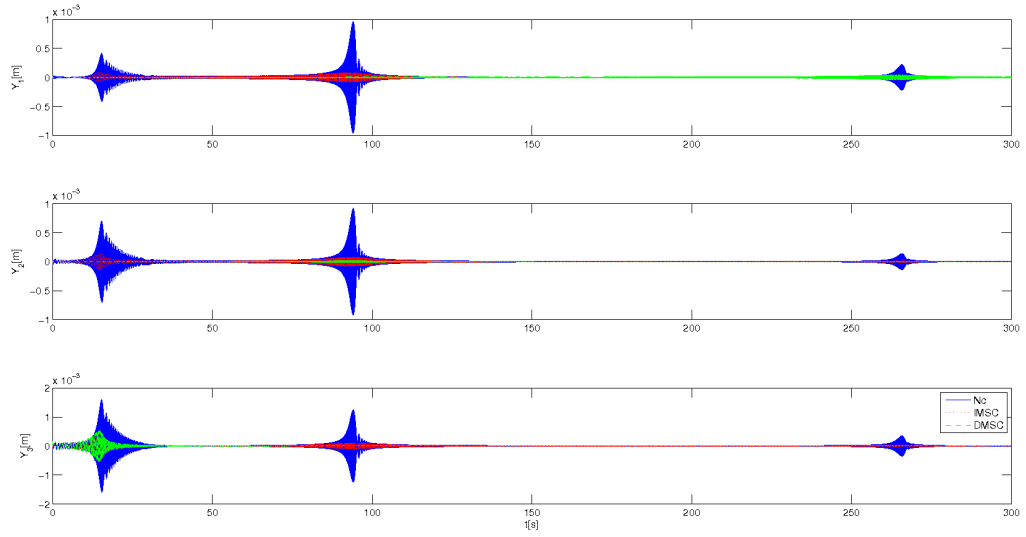


Figura 2.14: DMSC1: Storie temporali della risposta del sistema ad un disturbo sweep

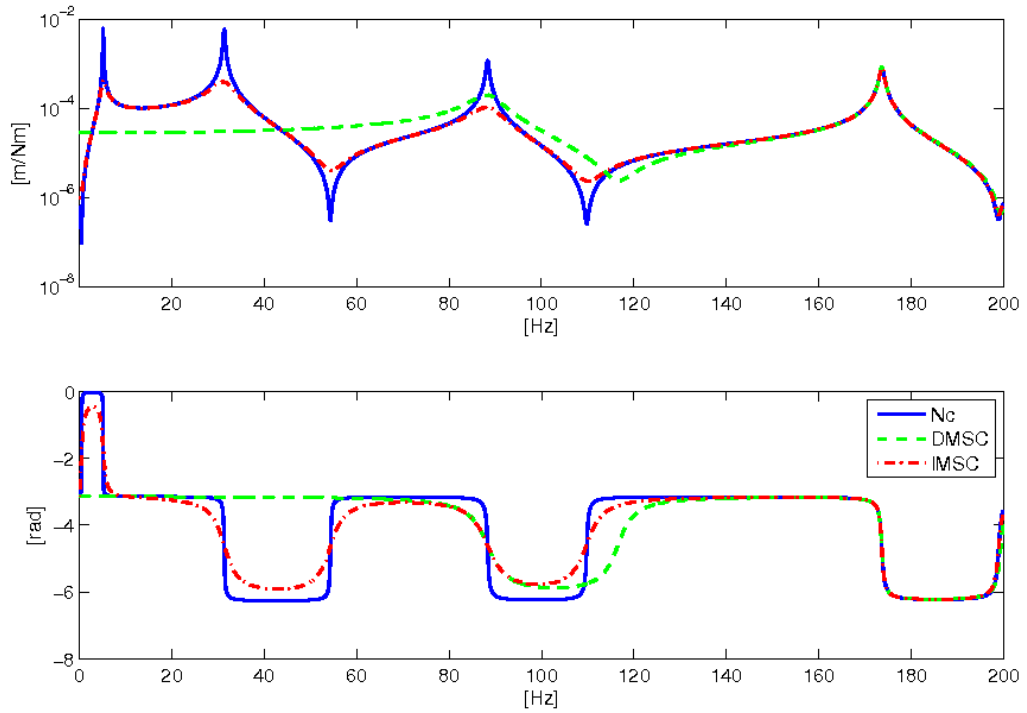


Figura 2.15: DMSC1: FDT Y_1/F_d

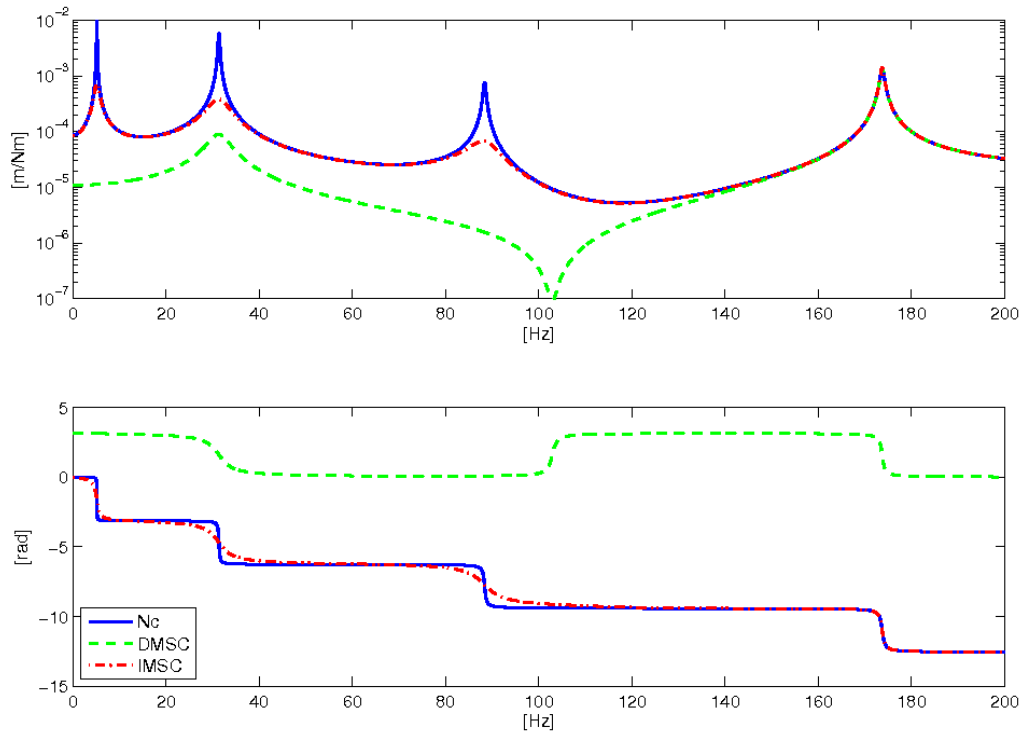


Figura 2.16: DMSC1: FDT Y_2/F_d

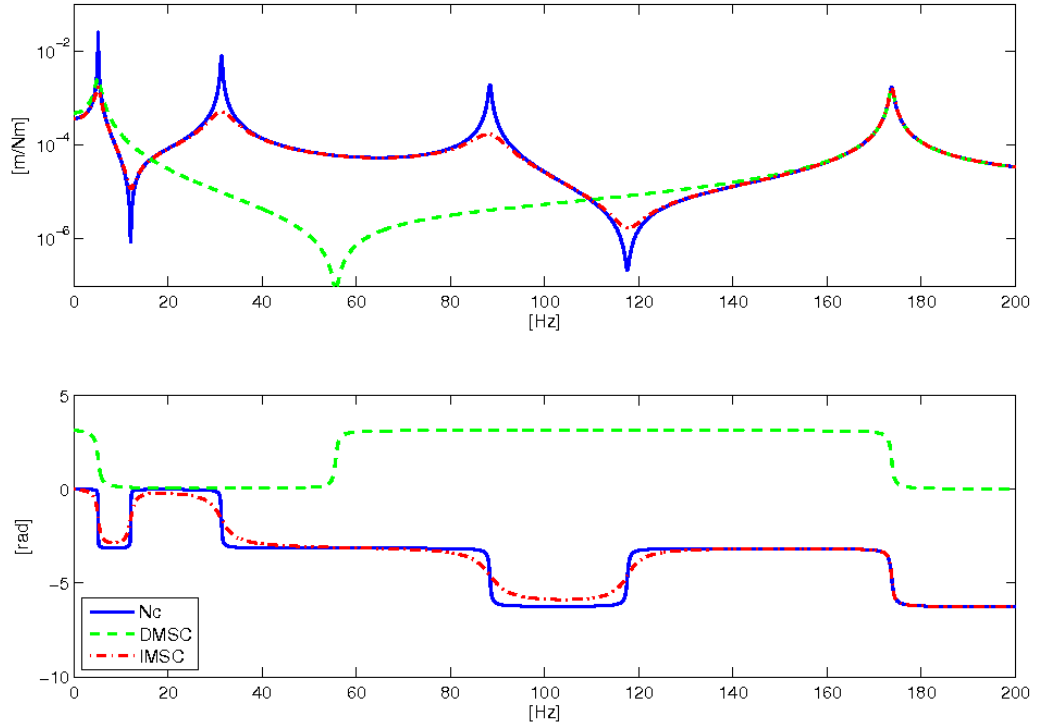


Figura 2.17: DMSC1: FDT Y_3/F_d

Da queste figure si può inoltre osservare, (considerando ad esempio il quarto modo), l'assenza di spillover sui modi non controllati anche da parte dell' IMSC grazie all'utilizzo di sensori e attuatori distribuiti. Come accennato nel capitolo 1.3.1, le azioni di controllo richieste dal DMSC1 rispetto a quelle dell' IMSC sono maggiori e ciò è mostrato tramite le funzioni di trasferimento tra le coppie di controllo e il disturbo stesso rispettivamente nelle figure 2.18, 2.19 e 2.20.

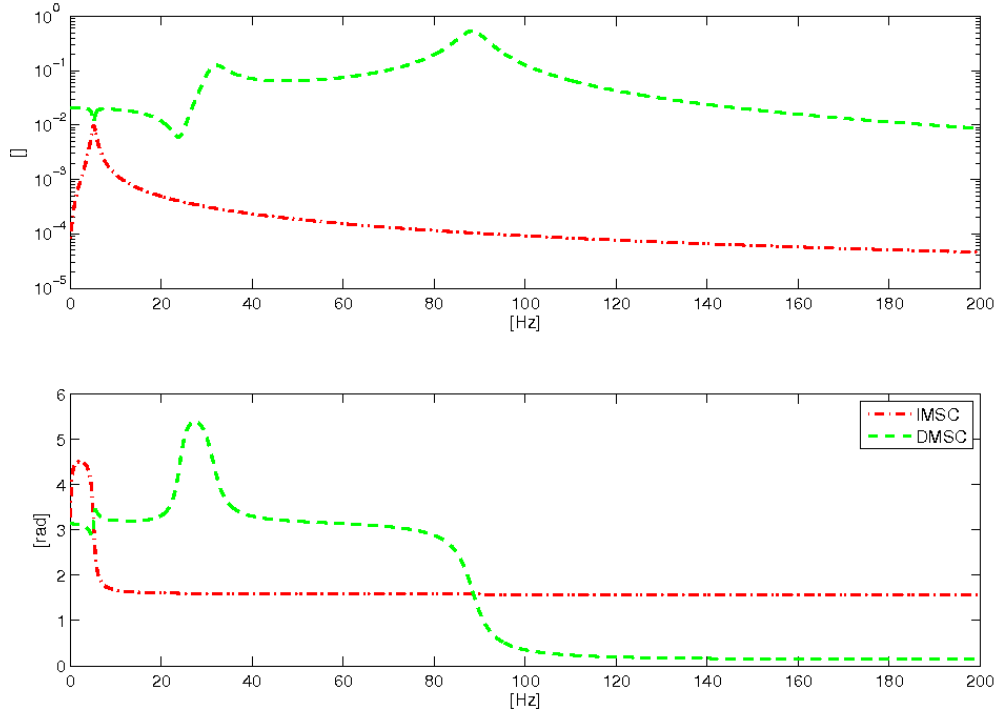


Figura 2.18: DMSC1: FDT F_{c1}/F_d

Si può notare come nella logica IMSC ogni attuatore modale forza un solo modo presentando un singolo picco nelle rispettive funzioni di trasferimento. La possibilità di imporre il passaggio dei modi controllati per un numero discreto di punti prestabiliti porta a notevoli vantaggi in applicazioni ingegneristiche e ulteriori miglioramenti in termini di smorzamento delle vibrazioni rispetto al classico IMSC. L'applicabilità di tale metodo però è limitata dall'utilizzo di sensori e attuatori distribuiti che risulta dispendiosa e non sempre fattibile.

2.5.2 DMSC2 risultati numerici

Riguardo la seconda metodologia di utilizzo del DMSC, come illustrato nel paragrafo 1.3.2, i parametri utilizzati dalla logica di controllo sono maggiori rispetto a quelle usate dal DMSC1 e vengono riportate nella tabella 2.6. I poli desiderati per il controllo sono già stati riportati in 2.5 mentre quelli inerenti l'osservatore di stato sono riportati nella tabella 2.7.

Si è scelto di lasciare inalterata la parte immaginaria dei poli del sistema non controllato e di imporre il rapporto tra parte reale e immaginaria

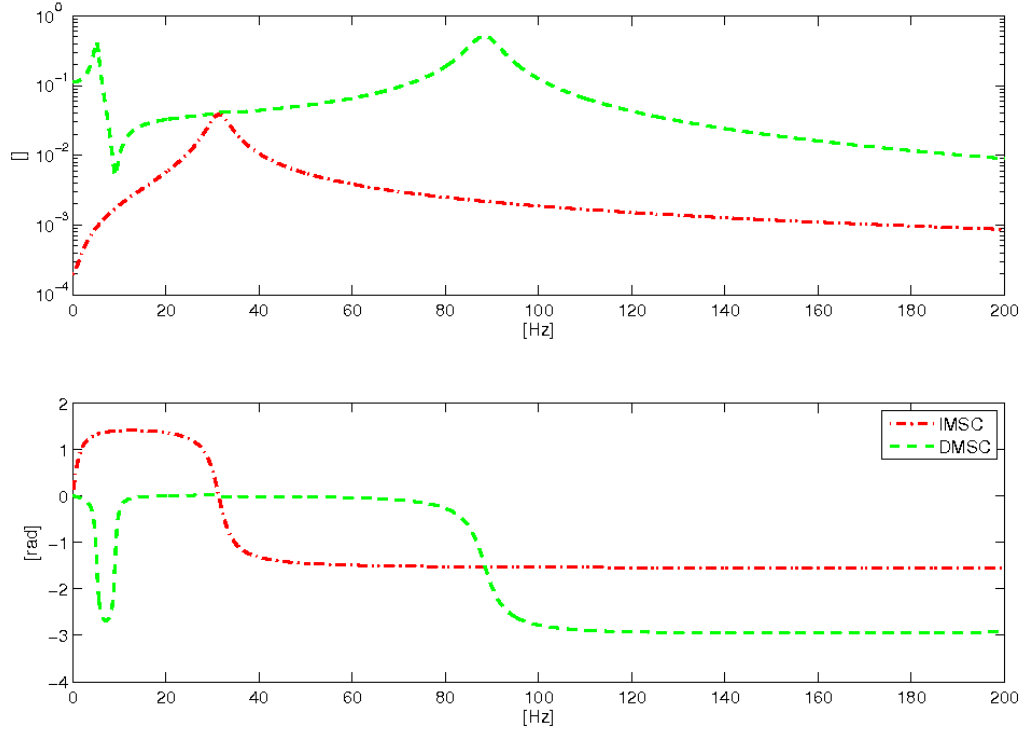


Figura 2.19: DMSC1: FDT F_{c2}/F_d

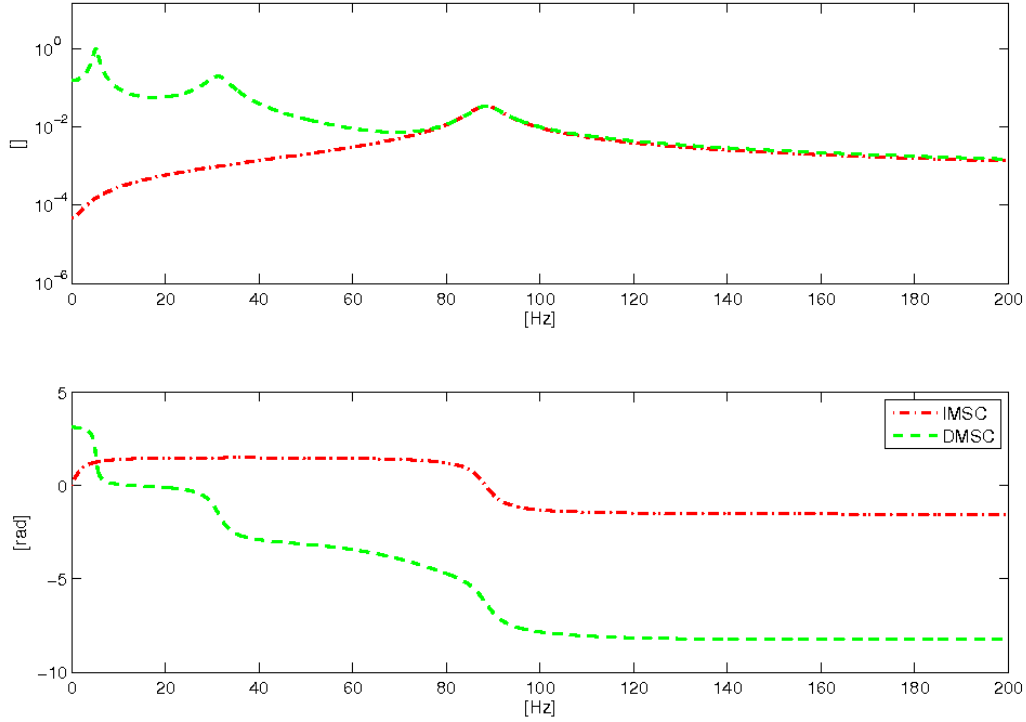
Tabella 2.6: Parametri utilizzati dalla logica di controllo DMSC2

p	m_o	m	Ω_{min}	Ω_{max}
8	6	3	0 [Hz]	100 [Hz]

Tabella 2.7: Poli osservatore imposti

modo n^o	1	2	3	4	5	6
ω_o [Hz]	5.16	31.35	88.37	173.69	284.79	431.22
$\frac{Re(\lambda_i)}{Im(\lambda_i)}$	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

$Re(\lambda_i)/Im(\lambda_i)$ dei poli dell'osservatore pari al 30% in modo da rendere la dinamica dell'errore almeno tre volte più veloce rispetto a quella del controllo. Nel capitolo 3 verrà illustrato come la scelta di questi poli dell'osservatore insieme al modello validato sperimentalmente porti ad un corretto disac-


 Figura 2.20: DMSC1: FDT F_{c3}/F_d

coppiamento delle coordinate modali stimate dallo stesso. Ciò permette di utilizzare nella legge di retroazione le grandezze stimate come riproduzione fedele di quelle reali. Vengono ricostruiti $m_o = 6$ modi di vibrare nonostante la legge di controllo utilizzi solo i primi $m = 3$ modi. L'errore tra l'output del sistema reale y e quello stimato dall'osservatore stesso \hat{y} viene così frazionato su più modi comportando globalmente una diminuzione dell'errore tra i primi tre modi reali e stimati. L'utilizzo di un numero maggiore di modi ricostruiti, se si considera l'osservatore come un filtro, porta ad un incremento dell'abbattimento dei modi superiori contenuti negli output del sistema poiché aumenta l'ordine dell'osservatore e quindi del filtro stesso.

Nel presente lavoro si è scelto di utilizzare le velocità come grandezza disponibili dalle misure e di conseguenza l'osservatore di stato è stato modellato come descritto nel paragrafo 1.4.1. Tale scelta è motivata dal fatto che l'alternativa di utilizzare delle misure di posizione come grandezze retroazionate, cambiando pesantemente la dinamica dell'errore, porta ad avere una componente statica su $\dot{\xi}$. In tale configurazione anche applicando una logica di controllo IMSC puramente derivativa si avrebbe una modifica a livello statico della funzione di trasferimento del sistema controllato rispetto a quelle

del sistema non controllato. Questi fattori limitano notevolmente l'entità dei guadagni applicabili al sistema e rendono il sistema controllato più soggetto ad instabilità.

Il range di frequenze nel quale si vuole minimizzare l'indice di prestazione è coerente con il numero di modi controllati infatti non vi sono modi che non è possibile controllare e la cui frequenza appartiene a tale intervallo. Tali modi non controllati contribuiranno solo in maniera quasi-statica nel range di frequenze interessato apportando contributi meno rilevanti di quelli precedenti. L'indice di prestazione che viene ottimizzato è la somma dei singoli indici di prestazione (1.36) ognuno dei quali riguarda le funzioni di trasferimento tra i tre output e l'azione di disturbo. La scelta del numero di modi considerati dal modello che simula la dinamica del sistema in questa logica di controllo, $p = 8$, rappresenta un compromesso ottimo tra l'accuratezza della stima dell'indice di prestazione e la spesa nell'identificazione sperimentale dei parametri del sistema. Poiché il modello FEM è costituito da 60gdl, numericamente è possibile riprodurre il comportamento del sistema considerando i primi 60 modi di vibrare. Il confronto numerico tra le funzioni di trasferimento del sistema controllato considerando solo i primi 8 modi con quella che ne considera 60 dimostra che non vi sono differenze sensibili a sostegno della scelta di $p = 8$. A dimostrazione di quanto detto nelle figure 2.21, 2.22 e 2.23 vengono riportate le FDT tra la coppia di disturbo e el tre uscite del sistema.

Tale scelta verrà in seguito (capitolo3) ulteriormente provata mostrando le

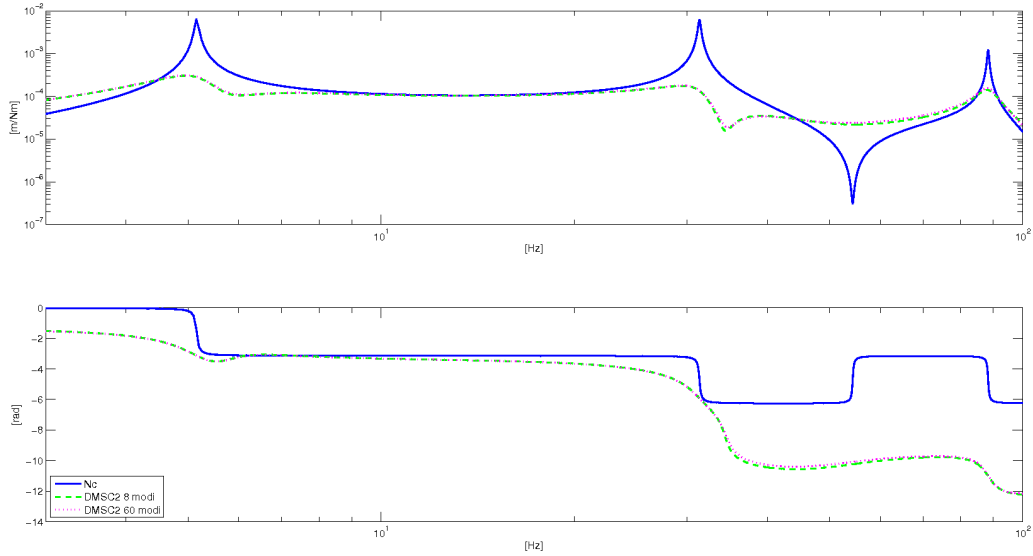


Figura 2.21: DMSC2: FDT Y_1/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi

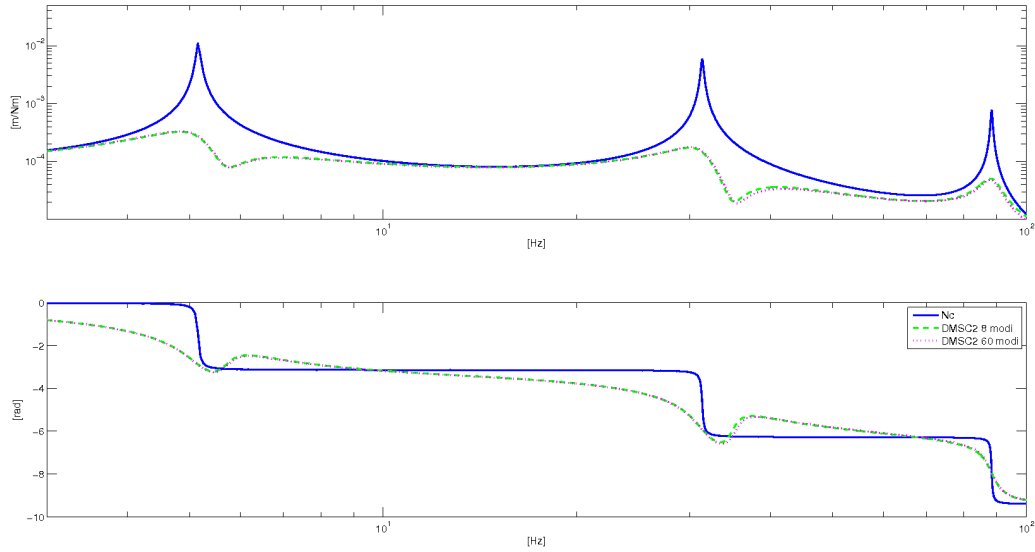


Figura 2.22: DMSC2: FDT Y_2/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi

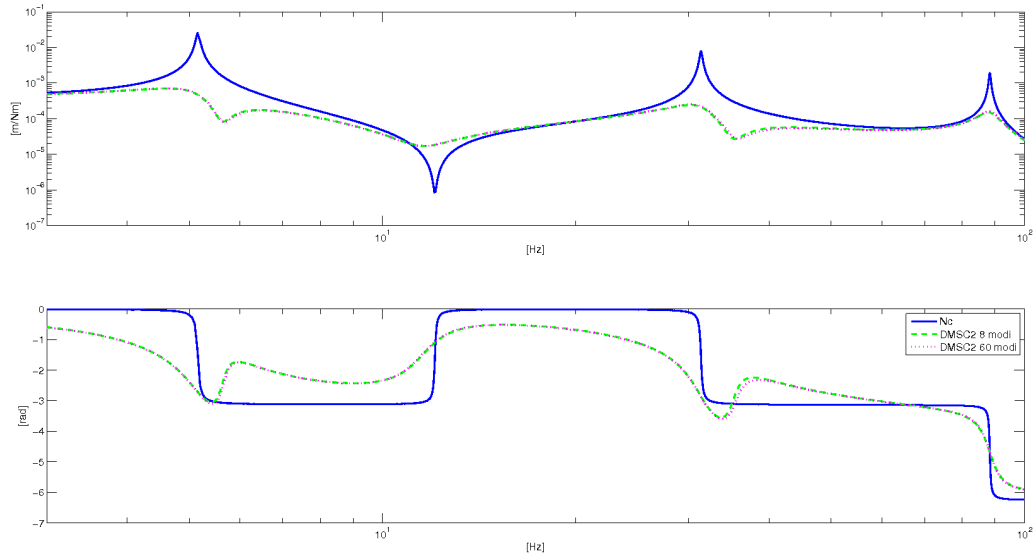


Figura 2.23: DMSC2: FDT Y_3/F_d confronto modello a $p = 8$ modi e modello a $ngdl = 60$ modi

funzioni di trasferimento tra output e disturbo descrivendo il sistema sia con un modello a $p = 8$ che con le stesse funzioni sperimentali. Come già introdotto, si noti che il modello numerico a 8 modi (utilizzato per la sintesi del controllo) è stato aggiornato utilizzando direttamente i parametri identi-

ficati sperimentalmente. Più precisamente, in tale modello, lo smorzamento del sistema è stato modellato inserendo direttamente gli smorzamenti identificati. Per descrivere invece il contributo dei rimanenti 52modi ($60 - 8$), utilizzati per riprodurre numericamente il comportamento del sistema reale, si è assunta l'ipotesi di smorzamento proporzionale di Rayleigh. E' stata definita quindi la matrice di smorzamento $[\mathbf{R}] = \alpha[\mathbf{M}] + \beta[\mathbf{K}]$ in cui i coefficienti α e β minimizzano lo scarto quadratico tra gli smorzamenti numerici e quelli sperimentali identificati. In figura 2.24 sono riportati rispettivamente i modi non controllati (blu) e i modi controllati (rosso) ottenuti dall'algoritmo di minimizzazione come set di forme modali controllate ottimali per la minimizzazione dell'indice di prestazione scelto. Dal grafico si può notare

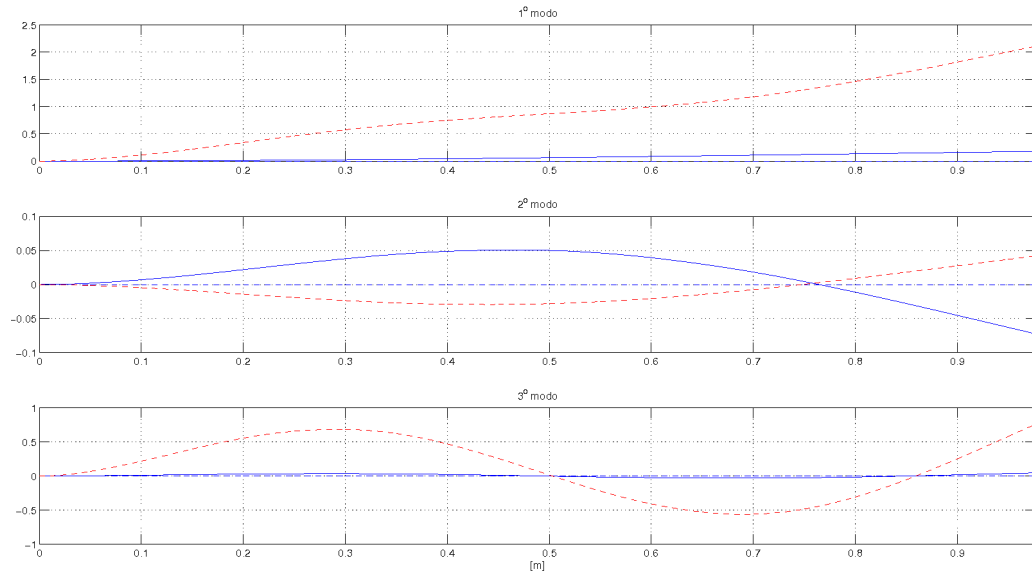


Figura 2.24: DMSC2: Modi di vibrare non controllati (blu) e controllati (tratteggiato rosso)

che:

- Si riescono a cogliere solo cambiamenti macroscopici dei modi di vibrare ma non cambi di curvatura
- Non avendo effettuato ulteriori cambi di coordinate se non il primo passaggio per descrivere il sistema in variabili principali, anche il cambio di segno del modo stesso risulta una modifica sensibile della forma modale

E' importante sottolineare che i modi di vibrare controllati, mostrati in figura 2.24, tengono conto della combinazione dei primi tre modi non controllati

senza considerare il contributo dei rimanenti nonostante le rispettive coordinate modali risultino accoppiate alle prime tre (figura 1.2). Tale contributo, sebbene concettualmente non è differenziale tra IMSC e DMSC, impatta con entità diverse i rispettivi sistemi in anello chiuso. Infatti, le azioni di controllo esercitate dal DMSC2 sono maggiori delle medesime esercitate dall'IMSC riflettendosi in un maggior spillover corrispondente. Nonostante ciò, l'effetto di tale spillover è contemplato dalla logica di controllo DMSC2 nella minimizzazione dell'indice di prestazione. Solo nel caso in cui lo spillover di controllo fosse nullo, i modi di vibrare imposti tramite la sola combinazione lineare dei primi $m = 3$ modi non controllati coinciderebbero effettivamente con quelli corrispondenti del sistema in anello chiuso come mostrato nel paragrafo 2.5.1.

In figura 2.25 vengono mostrati i poli del sistema non controllato, controllato e quelli imposti sia per l'osservatore che per il controllo. In particolare, si mostra il diagramma dei poli fino al sesto modo e si può osservare la presenza di spillover che porta ad una collocazione dei poli in anello chiuso in posizioni diverse da quelle dei poli imposti. Inoltre, nella stessa figura si può osservare che i poli imposti dell'osservatore non risiedono sulla retta obliqua corrispondente a $\xi = 0.3$ poichè il rapporto $Re(\lambda)/Im(\lambda)$ tende a ξ solo per $\xi \rightarrow 0$.

La figura 2.26 mostra lo stesso luogo delle radici della figura precedente ingrandito nell'intorno dei primi tre modi. Si può notare in questo caso che la differenza tra i poli controllati tra IMSC e DMSC è dovuta alla sola differenza della matrice dei guadagni $[\mathbf{G}]$ tra le due logiche e come esse influenzano lo spillover globale in anello chiuso. Nonostante tale effetto, lo spostamento dei poli controllati rispetto a quelli imposti è molto modesta.

In figura 2.27 vengono riportate le storie temporali delle risposte del sistema ad una coppia di disturbo sweep lineare con velocità di sweep 0.3 Hz/s per una durata di 300 s e una frequenza iniziale di 0.1 Hz. Si apprezza una notevole riduzione delle vibrazioni tra il sistema controllato tramite DMSC2 rispetto a quello controllato con l'IMSC. A discapito del miglioramento delle prestazioni, il DMSC2 richiede maggiori forze di controllo come mostrato in figura 2.28 dove è riportata anche la coppia di disturbo stessa.

Le figure 2.29, 2.30 e 2.31 mostrano le funzioni di trasferimento tra le tre uscite del sistema e l'azione di disturbo sia per il sistema non controllato che per quello controllato con le due logiche a confronto. Le FDT sono rappresentate nel range di frequenze in cui è stata effettuata la minimizzazione e mostrano un notevole miglioramento del DMSC2 rispetto all'IMSC. Si può notare che il valore della FDT in corrispondenza della prima uscita è minore rispetto alle altre poichè esso corrisponde ad un punto più vicino all'incastro. Per tale ragione il miglioramento del DMSC2 rispetto all'IMSC1

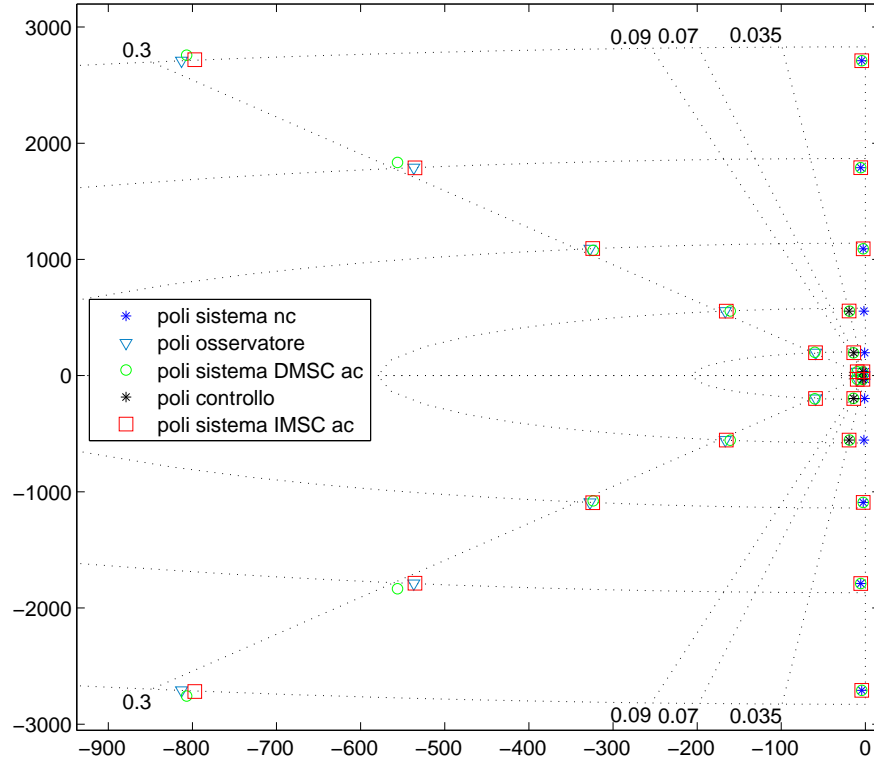


Figura 2.25: DMSC2: poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti

è minore che negli altri due punti. Inoltre le FDT mostrate si riferiscono agli spostamenti (uscita) rispetto alle coppie di controllo. Ciò giustifica il fatto che, nel range scelto, il metodo cerca di ridurre la FDT maggiormente alle basse frequenze poichè tale parte ha intrinsecamente maggior peso. Nel caso in cui nell'indice di prestazione si fosse considerata la FDT tra accelerazioni e coppia di disturbo, l'effetto prevalente di miglioramento si sarebbe osservato alle alte frequenze poichè il valore assoluto della FDT cresce con Ω^2 .

Le figure 2.32, 2.33 e 2.34 rappresentano le funzioni di trasferimento tra le azioni di controllo e la coppia di disturbo confermando quanto osservato nella risposta nel dominio del tempo. In figura 2.35 vengono mostrati dei singoli indici corrispondenti alle tre uscite e come ultimo la somma di questi. Tali indici rappresentano l'area compresa tra le ampiezze delle funzioni di trasferimento tra il sistema controllato e quello non controllato per il DMSC2 e l'IMSC. In termini qualitativi essi mostrano il miglioramento tra il sistema

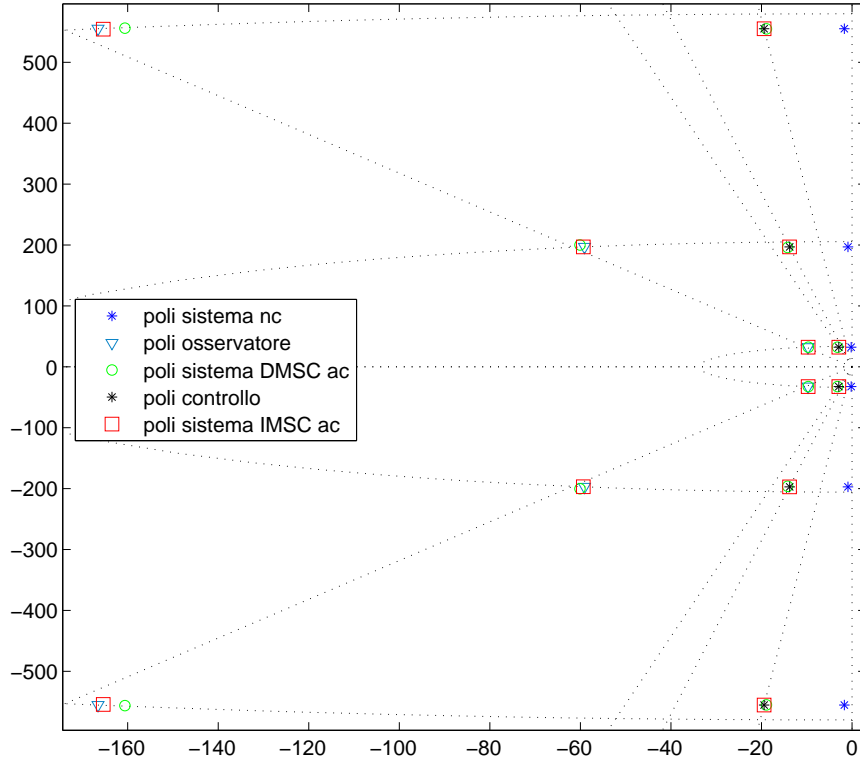


Figura 2.26: DMSC2: poli del sistema non controllato, controllato IMSC e DMSC e poli imposti in corrispondenza dei primi 3 modi

controllato e quello non controllato sulle singole uscite ed in totale. In particolare in tabella 2.8 è riportato il miglioramento in termini di riduzione di vibrazioni tra il sistema controllato con il DMSC2 rispetto a quello con l'IMSC. Le diverse percentuali di miglioramento nei differenti punti rispecchiano le considerazioni fatte precedentemente.

Tabella 2.8: Indici di riduzione di vibrazioni per IMSC , DMSC nelle diverse uscite del sistema

	Y_1	Y_2	Y_3	$Y_1 + Y_2 + Y_3$
miglioramento % DMSC2 vs IMSC	14.5	33.6	28.4	26.6

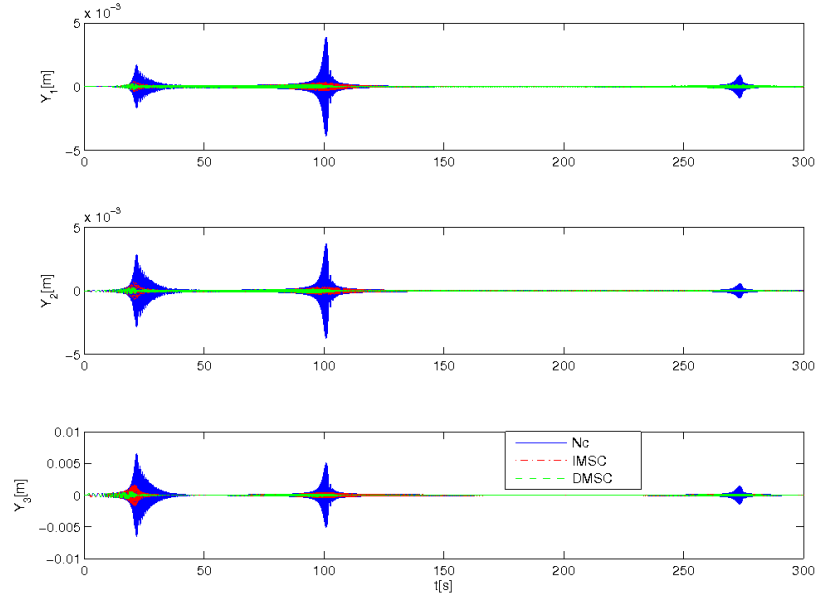


Figura 2.27: DMSC2: Storie temporali della risposta del sistema ad un disturbo sweep

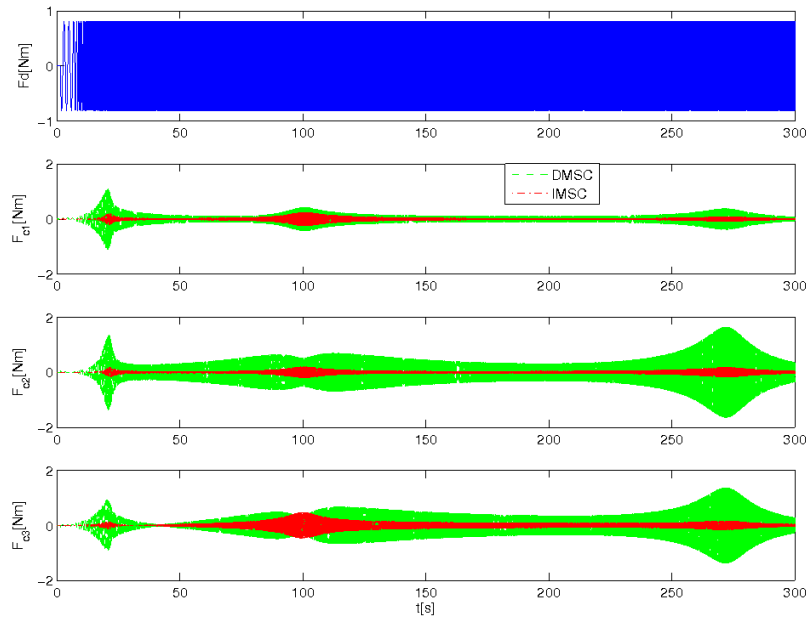


Figura 2.28: DMSC2: Storie temporali della Forza di disturbo e delle forze di controllo

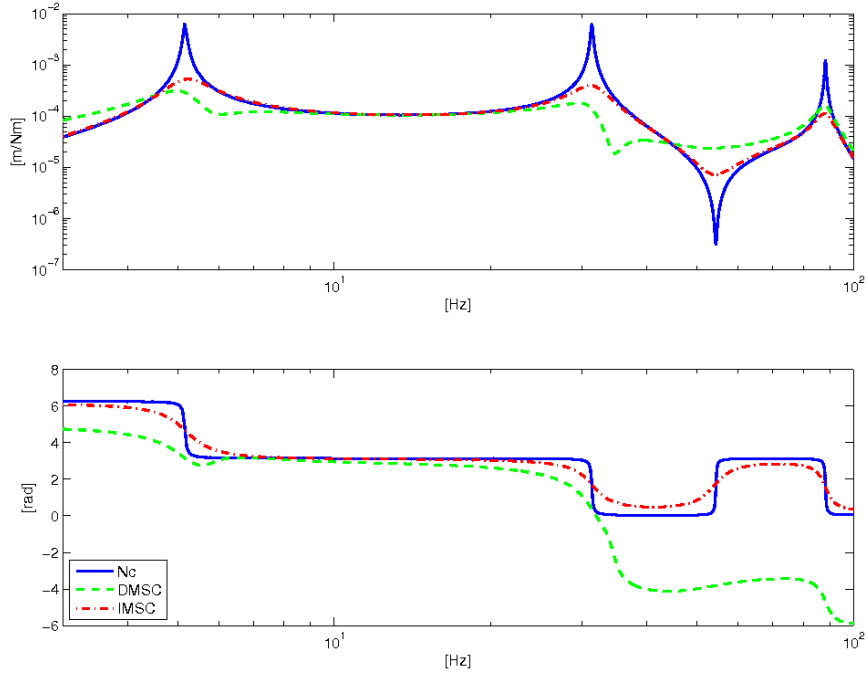


Figura 2.29: DMSC2:FDT Y_1/F_d

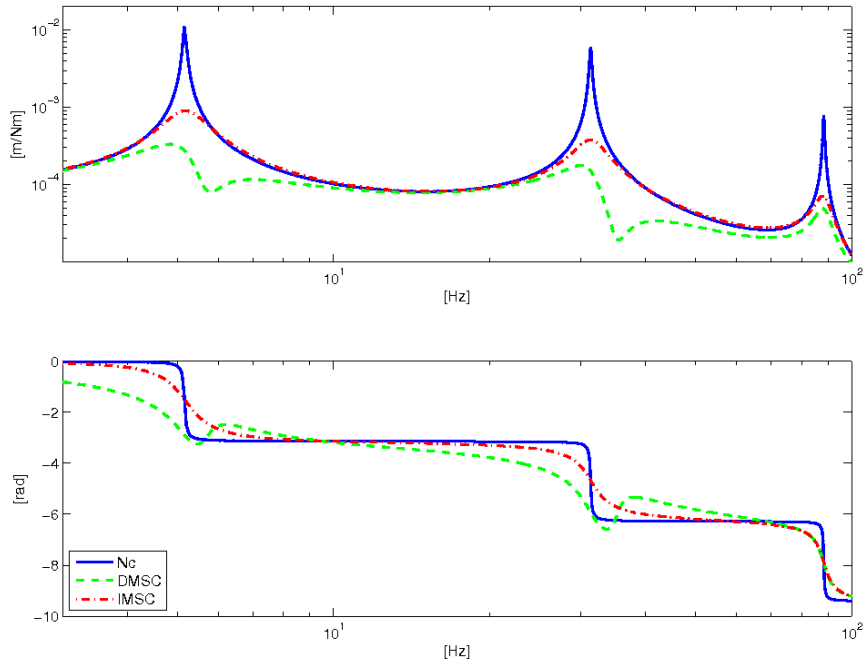


Figura 2.30: DMSC2: FDT Y_2/F_d

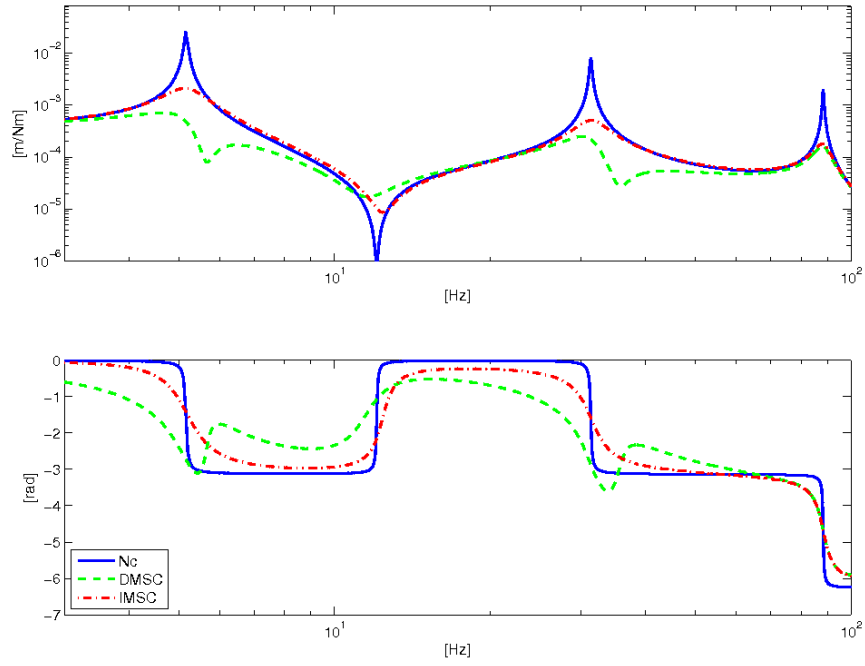


Figura 2.31: DMSC2: FDT Y_3/F_d

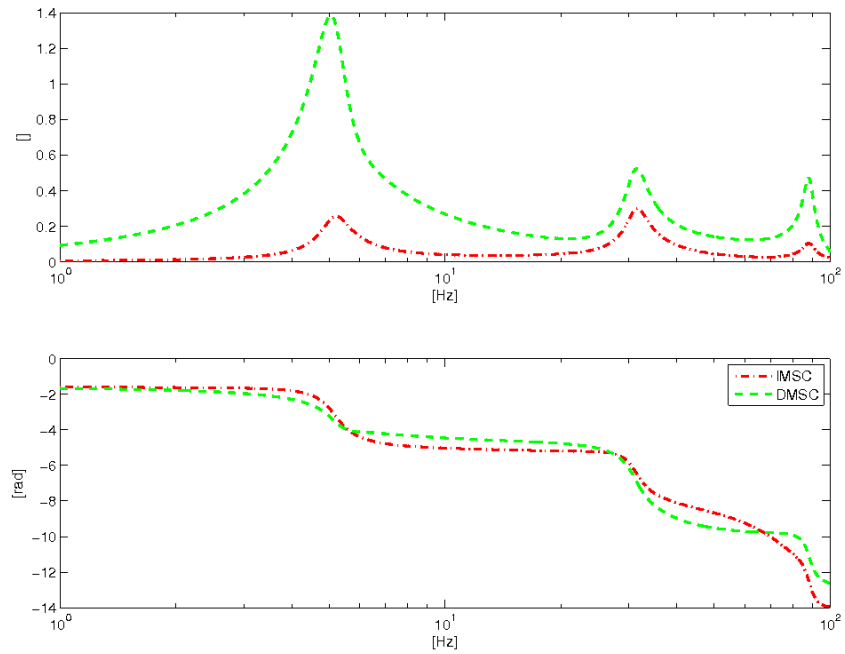


Figura 2.32: DMSC2: FDT F_{c1}/F_d

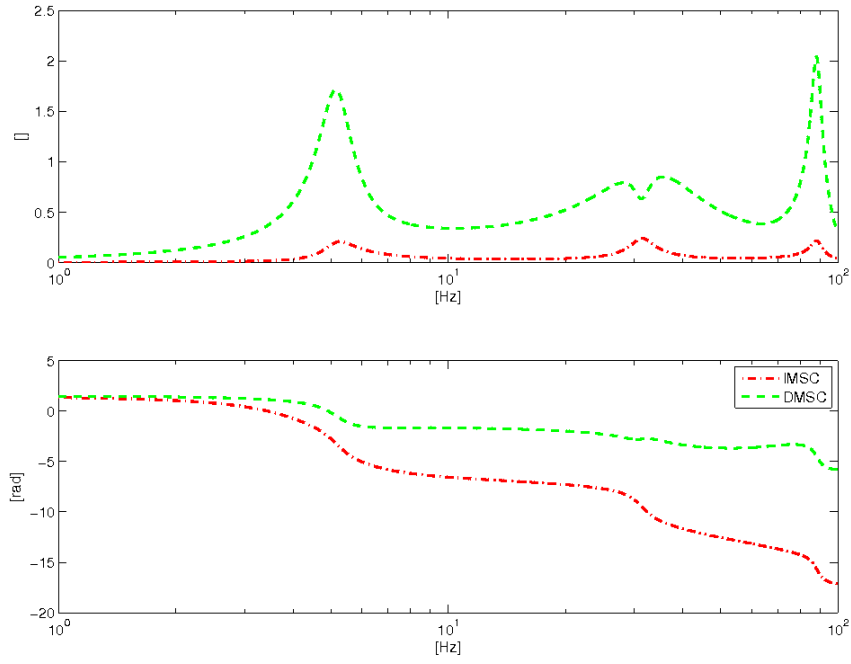


Figura 2.33: DMSC2: FDT F_{c2}/F_d

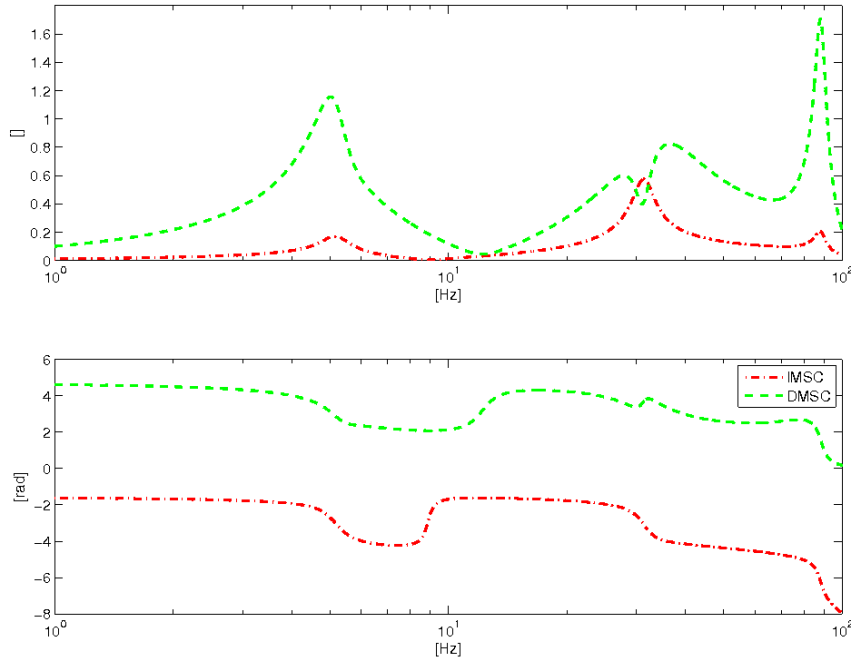


Figura 2.34: DMSC2: FDT F_{c3}/F_d

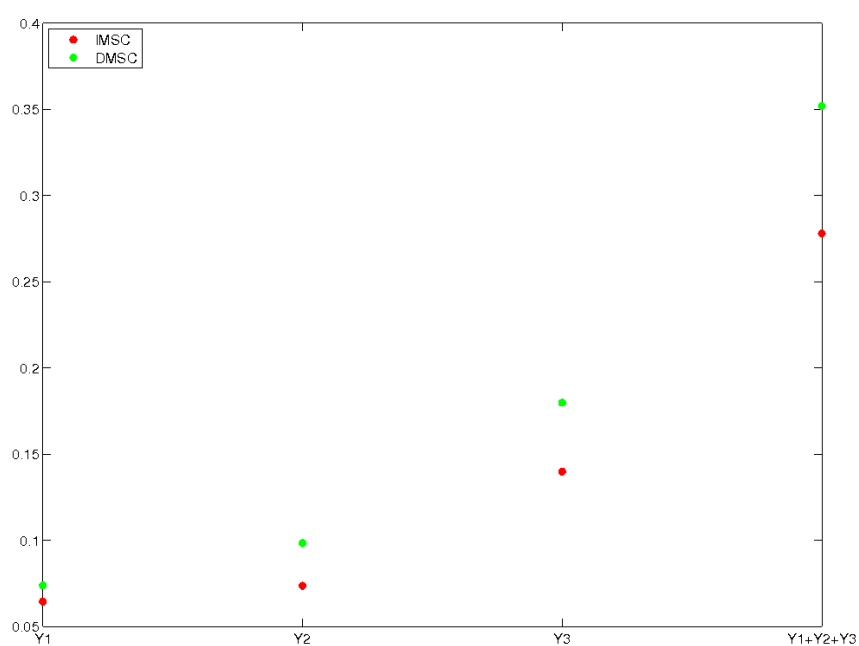


Figura 2.35: DMSC2: Miglioramento del sistema controllato rispetto al non controllato per IMSC e DMSC2

Capitolo 3

Validazione sperimentale

Nel presente capitolo si descrive il banco prova sperimentale utilizzato per validare la logica di controllo proposta e confermare i risultati numerici mostrati nel capitolo precedente riguardo il DMSC2. Per quanto concerne l'applicazione del DMSC1, data la necessità di attuatori e sensori distribuiti si è scelto di non effettuare prove sperimentali. Nella prima parte del capitolo verrà descritto il banco prova utilizzato con la relativa strumentazione, seguirà poi la validazione del modello numerico. Nella seconda parte del capitolo verranno mostrati i risultati sperimentali nel tempo ed in frequenza concludendo con il confronto numerico sperimentale a dimostrazione della bontà del modello utilizzato.

3.1 Descrizione del banco prova

Il banco consiste, come già accennato precedentemente, in una trave a mensola di alluminio strumentata con 3 patch piezoelettriche per le azioni di controllo, 1 per il disturbo e 3 accelerometri piezoelettrici per le misure (figura 2.1). Viene utilizzata questa tipologia di attuatori, la più diffusa nel controllo di smart structures, poiché presenta una banda passante molto grande ed è poco invasiva non introducendo significativi effetti di carico sulla struttura. Per quanto riguarda gli accelerometri piezoelettrici invece, nonostante sono poco adatti ai controlli in basse frequenze, essi sono in grado di misurare segnali nel range di frequenze compatibile con quello di interesse

per le prove in esame . Questa tipologia di sensori non è in grado di misurare accelerazioni statiche per le quali sarebbero più adatti accelerometri capacitivi. Le dimensioni e le caratteristiche della trave di alluminio utilizzata sono riportate nella tabella 3.1 e, al fine di analizzare il suo comportamento nella configurazione a mensola, si è scelto di riprodurre la condizione di incastro ideale fissando una delle estremità della stessa tra due blocchi di alluminio per una lunghezza di 20 cm (figura 2.1). In questo modo, il tratto libero della trave ha una lunghezza pari ad 1 m come assunto nel modello numerico.

Tabella 3.1: Caratteristiche e dimensioni della Trave

l (m)	w (m)	t (mm)	E (MPa)	m (kg/m)
1.2	0.04	6.1	67000	0.754

La strumentazione utilizzata è costituita da tre accelerometri Brüel & Kjær 4501A con fondo scala 70g e sensibilità pari a 100mV/g i cui segnali entrano in un condizionatore NEXUS (figura 3.1) per poi essere disponibili alla logica di controllo. I segnali provenienti dagli accelerometri vengono filtrati



Figura 3.1: Condizionatore Nexus per gli accelerometri

analogicamente dal condizionatore con un filtro passa basso tarato a 3KHz. Tale filtro permette di evitare fenomeni di aliasing, attenua le componenti ad alte frequenze riducendo il fenomeno dello spillover e nel contempo garantisce uno sfasamento accettabile alla frequenza più alta contemplata dal modello corrispondente al ($p = 8, 8^o$ modo a $803Hz$).

La presenza di un valore medio nei segnali provenienti dagli accelerometri richiede un ulteriore filtro digitale (filtro di de-trend) implementato nella scheda di controllo in modo da eliminarlo e permettere quindi l'integrazione del segnale stesso per ottenere le misure di velocità (grandezze necessarie all'osservatore di stato). La frequenza di taglio del filtro passa alto di de-trend

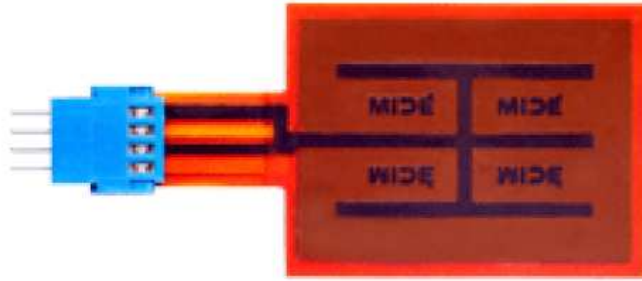


Figura 3.2: Attuatore piezoelettrico QP20w

è impostata a $0.1Hz$.

Gli attuatori piezoelettrici utilizzati per l'azione di controllo e di disturbo sono QP20w della MIDÉ Engineering Smart Technologies mostrati in figura 3.2. L'interfaccia hardware-software utilizzata è una scheda di controllo dedicata dSpace 1006 (figura 3.3) che riceve in ingresso i segnali condizionati degli accelerometri e fornisce in uscita le leggi di controllo in Volt con un'ampiezza compresa tra -10V e +10V. Tali segnali in uscita vengono filtrati, specialmente per eliminare le componenti in alta frequenza provenienti dalla conversione DA, mediante un filtro hardware KEMO (figura 3.4) con frequenza di taglio impostata a 1000 Hz e successivamente amplificati da un amplificatore multicanale ElbaTech T506 (figura 3.6) costituendo l'ingresso per gli attuatori piezoelettrici.

Sulle azioni di controllo è presente anche un filtro digitale passa alto implementato nella dSpace con frequenza di taglio impostata ad 1 Hz per eliminare le componenti a frequenze in cui le azioni di controllo hanno poco significato. Ciò è dovuto al fatto che gli accelerometri scelti per la misura non riescono a misurare nel range di frequenze così basse. Ogni canale dell'amplificato-



Figura 3.3: dSpace 1006



Figura 3.4: Filtri analogici KEMO

re usato dalle azioni di controllo ha un guadagno fisso di 20x consentendo quindi delle tensioni massime in uscita di 200V a valle di un segnale massimo proveniente dalla dSpace di 10V. Una rappresentazione schematica del banco prova appena descritto con la rispettiva strumentazione è riportato in figura 3.5.

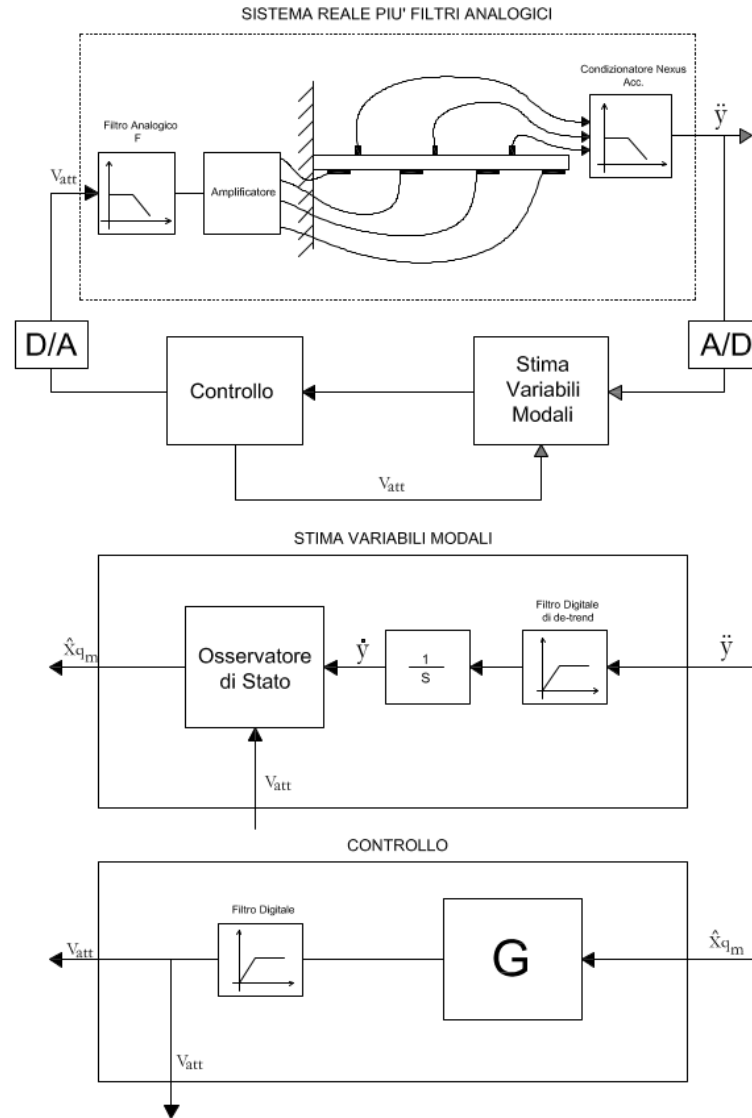


Figura 3.5: Schematizzazione del banco prova

3.1.1 Limiti di saturazione

E' da tenere in considerazione che l'amplificatore riesce ad erogare una corrente massima di 200mA oltre la quale la saturazione dello stesso porta ad avere un segnale di tensione troncato all'uscita. Per il corretto utilizzo dell'attuatore piezoelettrico si devono rispettare i limiti dell'amplificatore e la tensione massima applicabile all'attuatore stesso. Per avere un margine di

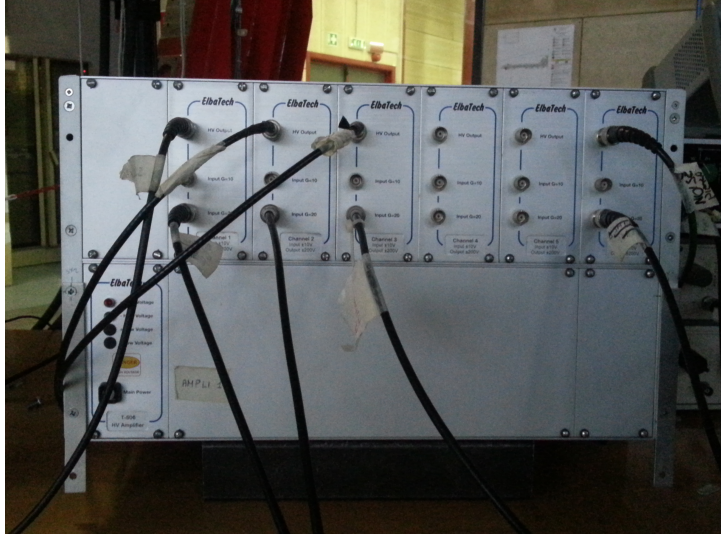


Figura 3.6: Amplificatore multicanale Elba Tech T506

sicurezza sufficiente ed evitare problemi di saturazione dell'amplificatore si è scelto di fissare come corrente massima $180mA$ a fronte dei $200mA$ dichiarati nel data sheet e di conseguenza si è calcolato il limite sulla tensione in ingresso al piezo in funzione della frequenza tramite la seguente relazione

$$V = \frac{I}{2\pi fC} \quad (3.1)$$

La costante C rappresenta la capacità dell'attuatore espressa in tabella 2.2 ed I la corrente massima erogata dall'amplificatore alla frequenza f . Il Voltaggio massimo applicabile all'attuatore piezoelettrico è di $\pm 200V$ e dalle combinazione dei due limiti è possibile ricavare l'andamento del voltaggio massimo erogabile in funzione della frequenza mostrato dalla curva rossa in figura 3.7. Essa rappresenta il limite superiore del campo di applicabilità. Si nota quindi che il limite per il controllo dei primi modi a frequenze basse è $\pm 200V$. Insieme al limite sulla tensione fornita gli attuatori si deve rispettare anche il limite sulla potenza fornita a questi in termini di RMS che non deve superare il valore di $20W_{rms}$.

$$W_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} \frac{V}{\sqrt{2}} \quad (3.2)$$

Per garantire l'integrità della strumentazione si è deciso quindi di imporre come limite massimo dei segnali preamplificati in uscita dalla Dspace

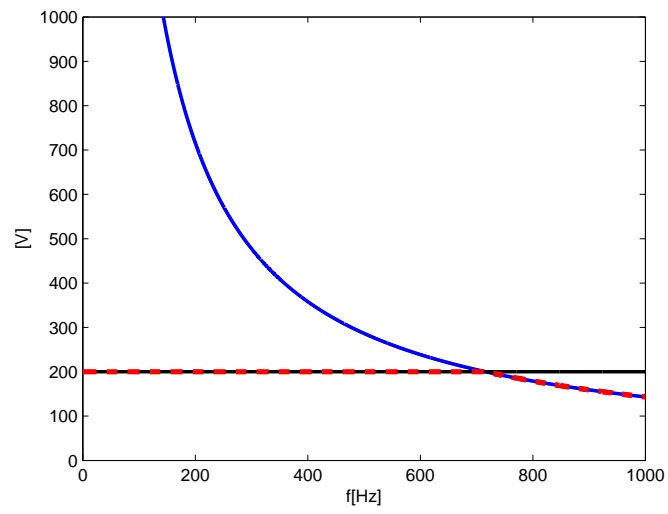


Figura 3.7: Tensione limite in funzione della frequenza

un'ampiezza di $\pm 9V$ anziché i $\pm 10V$ come da datasheet.

3.2 Identificazione dei parametri e validazione sperimentale del modello numerico

Definite le caratteristiche del banco prova, prima di analizzare le prestazioni del controllo è stata effettuata l'identificazione dei parametri necessari al modello numerico. Le grandezze da identificare sono le frequenze, gli smorzamenti propri e le forme modali per i primi 8 modi di vibrare. Come già ampiamente argomentato nel capitolo 2, per descrivere il comportamento della trave è stato utilizzato un modello FEM a 60 gdl con elementi finiti trave della lunghezza di 5 cm ciascuno. Dati i parametri utilizzati dalla logica di controllo DMSC2 (tabella 2.6) che si vuole validare sperimentalmente, si vogliono controllare i primi tre modi e ottimizzare l'indice di prestazione in un range di frequenze fino a 100 Hz. Per far ciò è necessario che il modello numerico riproduca fedelmente il comportamento della struttura reale fino all'ottavo modo ($p = 8$).

3.2.1 Stima delle frequenze proprie ω_0 e degli smorzamenti adimensionali ξ

L'identificazione delle prime 8 frequenze proprie e smorzamenti adimensionali è stata effettuata tramite delle prove sweep centrate sulle frequenze proprie calcolate dal modello numerico le cui caratteristiche sono riportate in tabella 3.2

Tabella 3.2: Caratteristiche delle prove sweep utilizzate

Tipologia	Velocità	Durata
Lineare	0.3 [Hz/s]	300 [s]

Per la stima degli smorzamenti adimensionali si è utilizzato il metodo della derivata della fase. Si sono calcolati i parametri sulle tre funzioni di trasferimento (FDT) ottenute sperimentalmente tra il disturbo e le uscite mediando infine i valori stimati nelle singole FDT. Le frequenze proprie e gli smorzamenti del sistema corrispondenti ai primi 8 modi sono riportati in tabella 3.3.

Si noti che l'identificazione di tali parametri è stata effettuata forzando la struttura non controllata tramite l'attuatore di disturbo ma collegando la strumentazione compresi gli attuatori dedicati alle forze di controllo. In

Tabella 3.3: Frequenze e smorzamenti identificati sperimentalmente corrispondenti ai primi 8 modi

modo n^o	1	2	3	4	5	6	7	8
ω [Hz]	5.16	31.35	88.37	173.69	284.79	431.22	594.28	803.4
$\xi\%$	0.6	0.46	0.31	0.23	0.30	0.16	0.22	0.24

tal modo si è tenuto in considerazione degli eventuali effetti smorzanti da parte dei cavi e correnti indotte dalle patch piezoelettriche causate dalla loro deformazione a seguito del moto della struttura.

3.2.2 Stima delle forme modali e delle componenti lagrangiane di attuatori e sensori

Premettendo che la struttura in esame presenta una bassa densità modale, è possibile identificare anche le forme modali, così come le frequenze proprie e gli smorzamenti, tramite l'approccio chiamato 'ad un grado di libertà' [23]. Tale approccio approssima la risposta del sistema forzato in prossimità di una sua frequenza propria utilizzando solo il contributo del modo corrispondente e trascurando gli altri modi. Si consideri il caso in cui si stia forzando la struttura in un unico punto e si misurino gli spostamenti con un desiderato numero di sensori (n_{sensori}^o). La procedura analitica per effettuare tale stima consiste nel calcolare le FDT analitiche h_{ak} tra ingresso e uscita e confrontarle con le medesime sperimentali $h_{ak}^{(s)}$ forzando il sistema in corrispondenza delle frequenze di risonanza. La minimizzazione dell'errore tra le due FDT permette di identificare i parametri incogniti. E' possibile ricavare l'espressione della FDT analitica di un sistema forzato nel punto k e misurando nel punto a in corrispondenza della frequenza propria ω_{0i} associata all' i -esimo modo come

$$h_{ak}(\omega_{0i}) = -j \frac{\Phi_a^i \Phi_k^i}{\omega_{0i} r_i} \quad (3.3)$$

dove Φ_a^i e Φ_k^i rappresentano rispettivamente le componenti associate alla misura e al forzamento per il modo di vibrare i — *esimo*. Poichè i modi di vibrare sono definiti a meno di una costante è possibile normalizzare $\frac{\Phi_k^i}{\omega_{0i} r_i} = 1$ e quindi valutare la componente modale i -esima del sensore in posizione a come la parte immaginaria della FDT sperimentale in risonanza. Con questa metodologia, una volta stimati ω_{0i} , ξ_i e Φ_a^i , si determinano le masse,

smorzamenti e rigidzze modali che minimizzano il funzionale seguente

$$J(m_i, \Phi_k^i) = \sum_{a=1}^{n_{\text{sensori}}^o} (h_{ak}^s(\omega_{0i}) - h_{ak}(\omega_{0i}))^2 \quad (3.4)$$

esplicitando tale differenza e derivando rispetto all'incognita m_i si ottiene

$$m_i = \frac{\sum_{a=1}^{n_{\text{sensori}}^o} \Phi_a^i \Phi_k^i}{\sum_{a=1}^{n_{\text{sensori}}^o} 2j\xi_i \omega_{0i}^2 h_{ak}^{(s)}(\omega_{0i})} \quad (3.5)$$

in cui le incognite rimaste sono m_i e Φ_k^i . Per identificare la massa modale e di conseguenza i rimanenti parametri incogniti è necessario conoscere la componente modale associata all'azione di disturbo. Tale problema può essere risolto effettuando la prova in maniera co-locata ovvero forzando e misurando nello stesso punto in modo che $\Phi_k^i = \Phi_a^i$ oppure nel caso in esame si potrebbero utilizzare le patch piezoelettriche come sensori sfruttando l'effetto piezoelettrico diretto e misurare direttamente Φ_k^i . Nonostante la teoria appena mostrata, nel caso specifico, viene utilizzato un modello 'ibrido' con masse modali e modi calcolati dal modello numerico insieme alle ω_0 e ξ identificate sperimentalmente. Questo permette di riprodurre fedelmente il comportamento del sistema fino all'ottavo modo come mostrato nelle figure seguenti. Per confrontare le FDT numeriche tra le uscite e la coppia di disturbo con le medesime sperimentali, è necessario identificare il rapporto caratteristico tra la tensione fornita all'attuatore piezoelettrico e la coppia esercitata dallo stesso. In figura 3.8 vengono riportate la FDT numerica in $(\frac{m/s^2}{Nm})$ e quella sperimentale in $(\frac{m/s^2}{V})$ tra la prima uscita del sistema e l'azione di disturbo. Si può notare come queste sono analoghe a meno della costante da indentificare che risulta parti a

$$\frac{V}{Nm} = 18.5 \quad (3.6)$$

Una volta identificata la costante, vengono mostrate le FDT numeriche considerando i primi $p = 8\text{modi}$, contrassegnate nella legenda da $(NcN8)$, e sperimentali (NcS) tra i quattro attuatori e i tre accelerometri. Le FDT sperimentali sono state ottenute tramite prove sweep con le medesime caratteristiche descritte in tabella 3.2 accostando le FDT calcolate nelle diverse prove effettuate su intervalli di frequenze da circa 100Hz ciascuna. Le accelerazioni in corrispondenza delle tre uscite del sistema vengono indicate rispettivamente con a_1 , a_2 e a_3 mentre le coppie applicate dai quattro attuatori

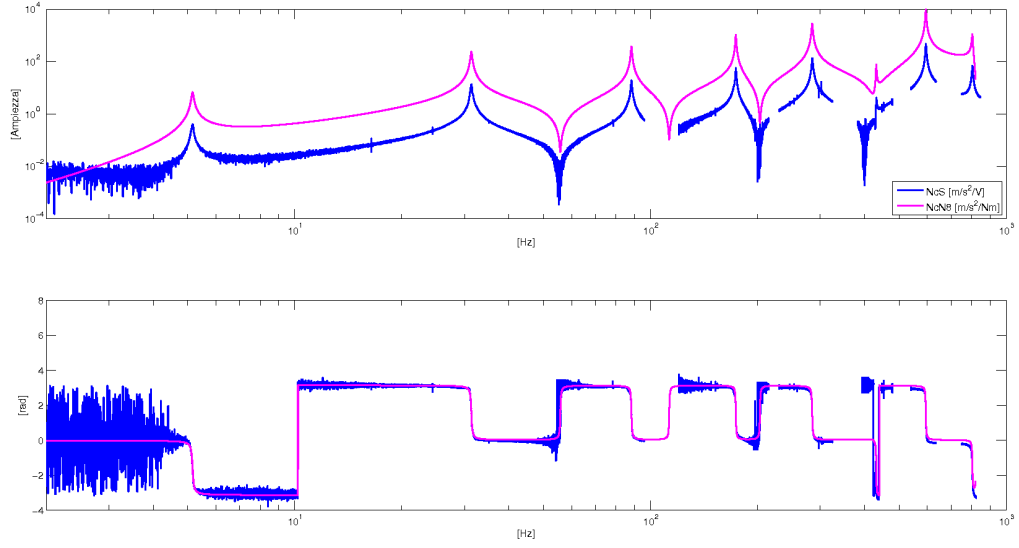


Figura 3.8: Confronto FDT a_1/F_d numerica in $\frac{m/s^2}{Nm}$ e sperimentale in $\frac{m/s^2}{V}$

sono contrassegnate come F_d , F_{c1} , F_{c2} e F_{c3} .

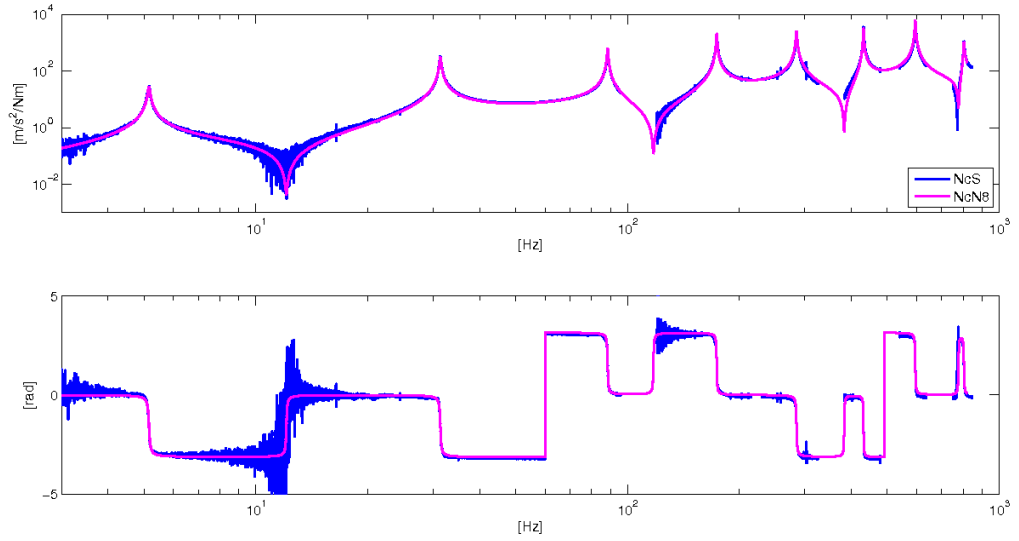


Figura 3.9: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_d

Nelle figure 3.9 e 3.10, si può notare come il modello numerico ad 8 modi approssima bene il comportamento della struttura reale. Inoltre in corrispondenza delle antirisonanze, si può osservare, ad esempio nelle figure 3.11

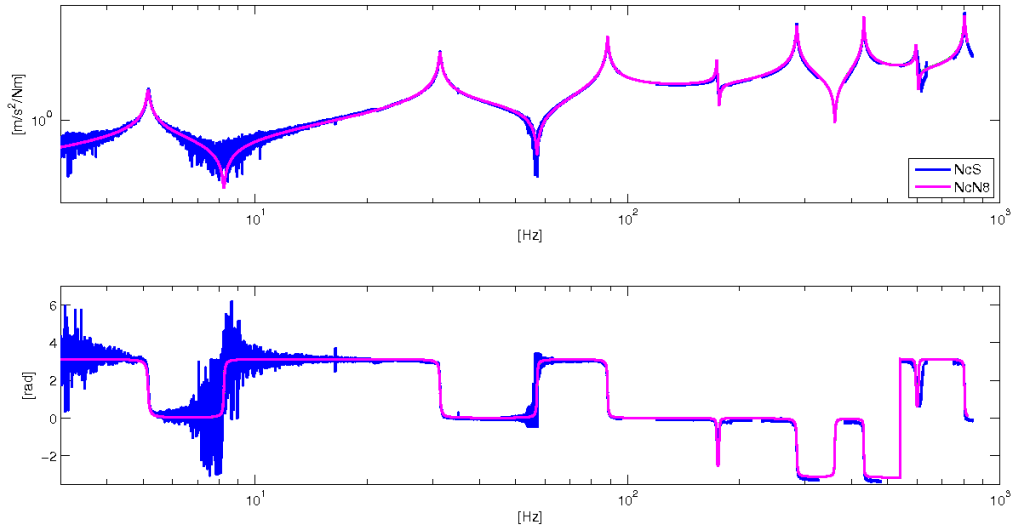


Figura 3.10: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c3}

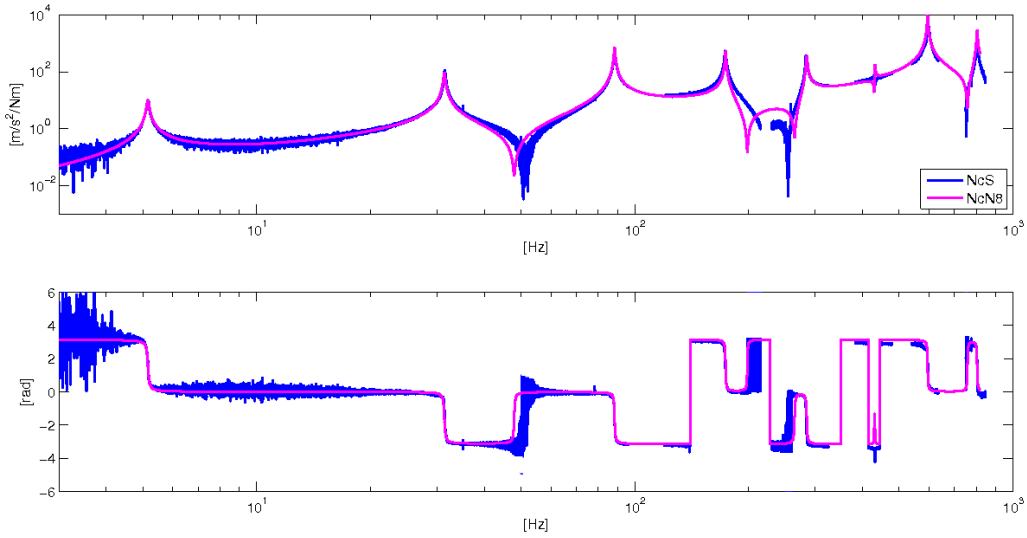


Figura 3.11: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c2}

e 3.12, che non sempre c'è un'ottima corrispondenza; ciò è dovuto principalmente alla mancanza dei contributi dati dai modi superiori che non sono modellati numericamente [30]. Per completezza della trattazione in Appendice B vengono riportate tutte le FDT tra i quattro attuatori e i tre sensori

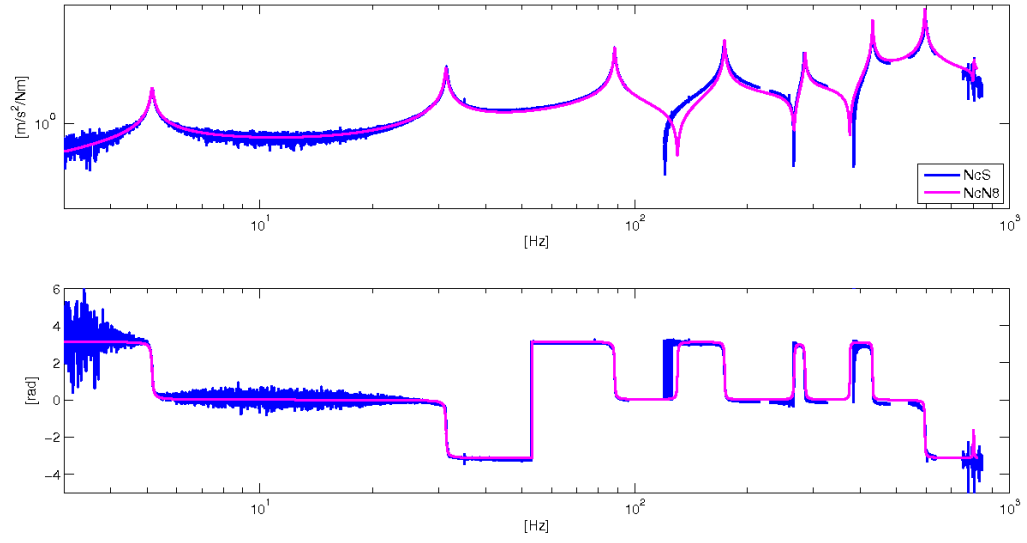


Figura 3.12: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c2}

a dimostrazione dell'ottima corrispondenza numerico sperimentale.

3.3 Risultati sperimentali

Terminata la fase di identificazione, per validare la logica di controllo proposta, sono state effettuate delle prove nel dominio del tempo e in quello delle frequenze.

3.3.1 Risultati nel dominio del tempo

Nel dominio del tempo viene mostrata una prova sweep per mostrare la bontà dell'osservatore di stato e delle prove random per mostrare gli effetti della logica di controllo proposta rispetto al sistema non controllato e controllato tramite IMSC.

Osservatore di stato: Stima delle coordinate modali

Un primo test sperimentale ha riguardato la stima delle coordinate modali del sistema attraverso l'osservatore di stato. In figura 3.13 si può osservare come, durante una prova sweep sul sistema non controllato, l'osservatore disaccoppi bene le prime tre coordinate modali stimate. Vengono mostrate le stesse grandezze ottenute sia sperimentalmente che numericamente confermando la bontà del modello. Sempre in figura 3.13 si può ulteriormente notare come i modi siano ben disaccoppiati; si giustifica quindi l'utilizzo delle tecniche di identificazione ad un grado di libertà descritte nel paragrafo precedente.

Risposta del sistema ad una forzante random

In figura 3.14 vengono invece riportate le uscite del sistema non controllato, e controllato tramite IMSC e DMSC2 in risposta ad una coppia di disturbo di tipo random con ampiezza 0.2 Nm e uno spettro 'piatto' nel range di frequenze [0.1-100]Hz. Dei segnali riportati in figura 3.14 sono stati calcolati i rispettivi valori di RMS e i miglioramenti percentuali tra il sistema controllato e non controllato sono riportati in tabella 3.4. Viene inoltre calcolato il miglioramento percentuale del sistema controllato tramite DMSC2 rispetto a quello controllato tramite IMSC.

Si può notare come tali risultati confermino le osservazioni fatte nel paragrafo 2.5.2 ed in particolare i punti che tendono maggiormente ad essere ottimizzati dalla logica DMSC2. Per quanto riguarda l'IMSC invece, essendo una logica non basata sull'ottimizzazione di una relazione I/O, il miglioramento % tra il sistema controllato e il non controllato rimane praticamente omogeneo nelle diverse uscite del sistema.

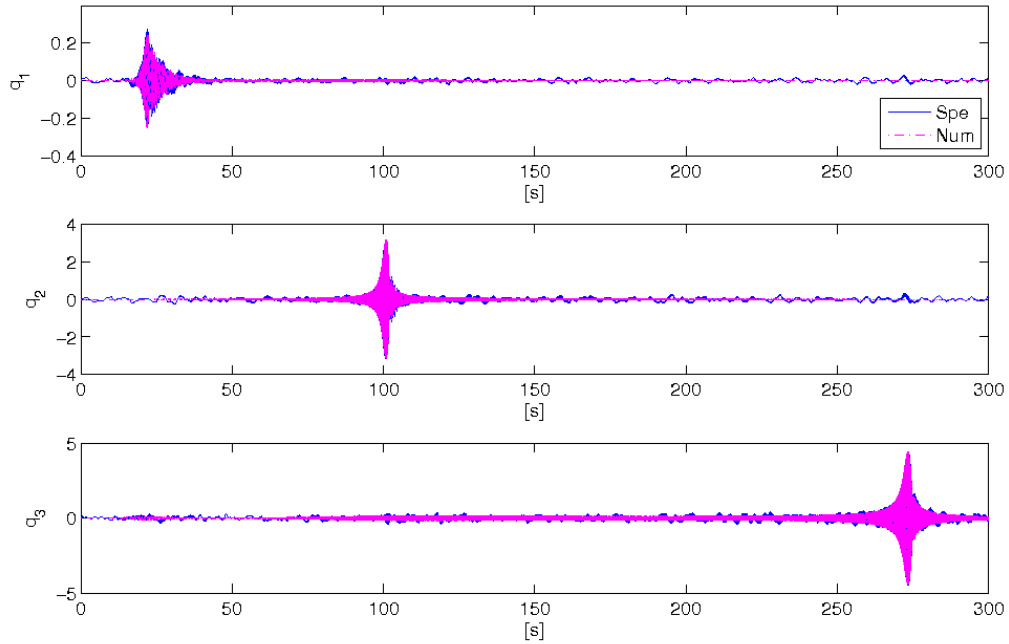


Figura 3.13: Prime tre coordinate modali stimate dall'osservatore in una prova sweep del sistema non controllato

Tabella 3.4: Miglioramenti % in termini di RMS tra sistema controllato e non controllato IMSC vs DMSC2

Uscita	Y_1	Y_2	Y_3
miglioramento % IMSC vs Non contr.	73	73	75
miglioramento % DMSC2 vs Non contr.	75	82	81
miglioramento % DMSC2 vs IMSC	7	32	24

3.3.2 FDT sperimentali: confronto DMSC2 e IMSC

In questo paragrafo verranno presentati i risultati sperimentali in termini di funzioni di trasferimento del sistema non controllato e del sistema controllato sia tramite DMSC2 che tramite IMSC. Le figure 3.15, 3.16, e 3.17 mostrano rispettivamente le FDT sperimentali tra la F_d e gli spostamenti Y_1 , Y_2 e Y_3 ottenute tramite una prova sweep lineare. Si noti che i parametri scelti nella sintesi della logica di controllo, e quindi anche le matrici dei guadagni, sono le medesime utilizzate nel paragrafo 2.5.2. Le osservazioni fatte nel paragrafo precedente nel dominio del tempo vengono confermate anche in termini di

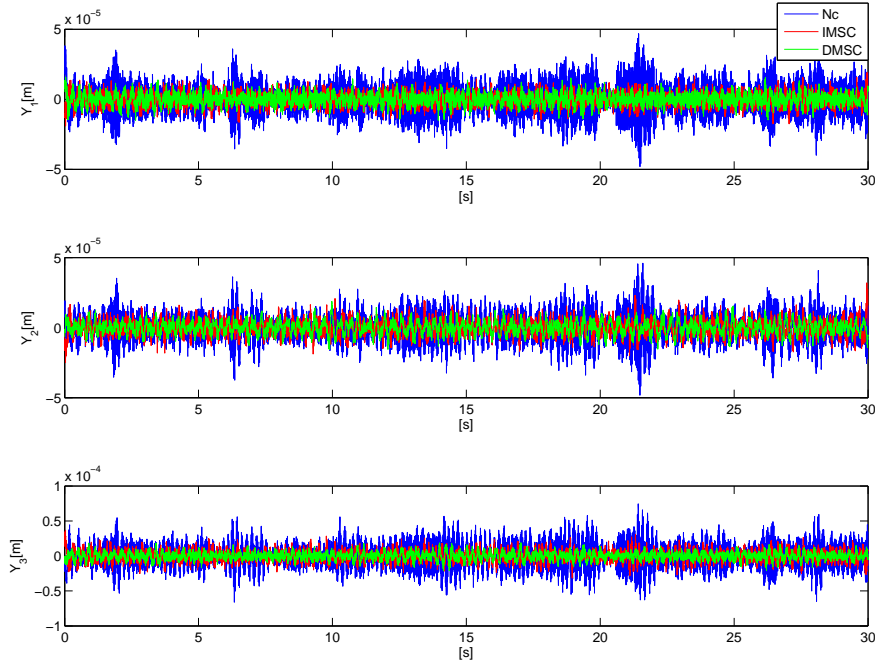


Figura 3.14: Risposta del sistema ad una coppia di disturbo random: non controllato, IMSC, DMSC2

FDT evidenziando come l'algoritmo di ottimizzazione tende a minimizzare maggiormente le ampiezze delle FDT relative alle due uscite Y_2 e Y_3 , perché hanno un peso più rilevante nell'indice globale. Ciò giustifica il fatto che in figura 3.15 il miglioramento percentuale del sistema controllato tramite DMSC2 rispetto al sistema non controllato risulta minore rispetto a quello osservabile nelle figure 3.16 e 3.17. Sempre nella medesima figura 3.15 si può osservare inoltre che il contributo a frequenze maggiori è minore rispetto a quello in bassa frequenza (l'ampiezza di vibrazione diminuisce con Ω) motivando, insieme all'osservazione precedente, il peggioramento su ampiezze comunque trascurabili del sistema controllato con DMSC2 tra la seconda e la terza frequenza propria del sistema.

Nelle figure 3.16 e 3.17 invece si può notare il miglioramento del DMSC2 rispetto all'IMSC in corrispondenza di tutto il range di frequenze. Un'osservazione ulteriore riguarda le tre FDT del sistema controllato tramite DMSC2 nelle figure 3.15, 3.16 e 3.17. In queste si osserva la presenza di una coppia di zeri complessi coniugati con parte reale positiva in prossimità della seconda frequenza propria del sistema che comporta un annullamento della vibrazione

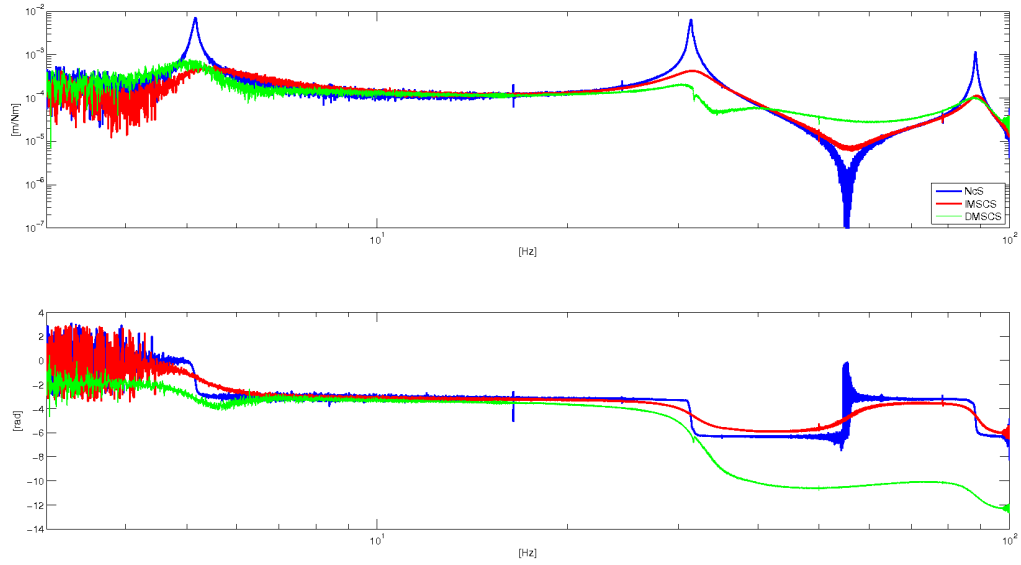


Figura 3.15: $FDT Y_1/F_d$ sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2

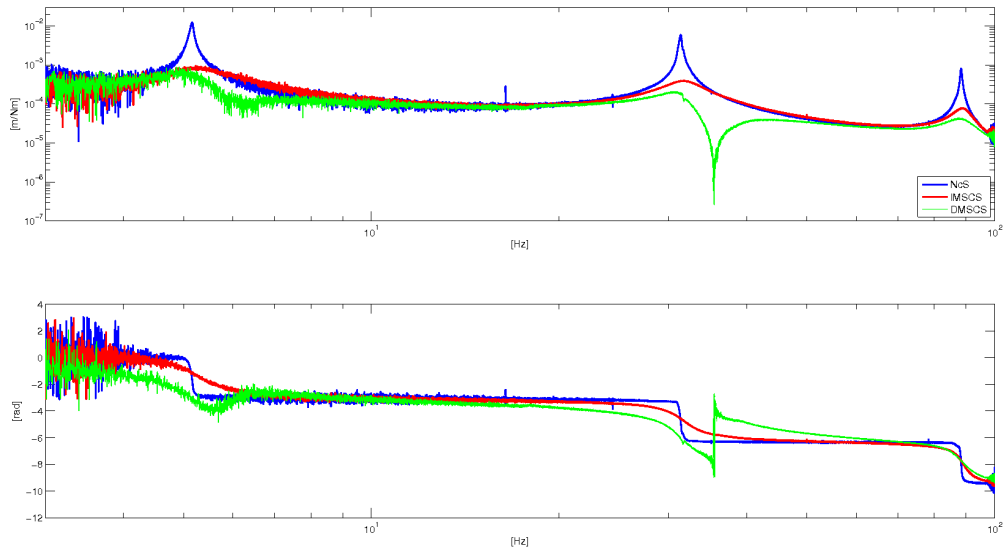


Figura 3.16: $FDT Y_2/F_d$ sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2

ed una discesa di fase di π . Nonostante questi zeri hanno parte reale positiva, tale fenomeno non pregiudica affatto la stabilità del sistema.

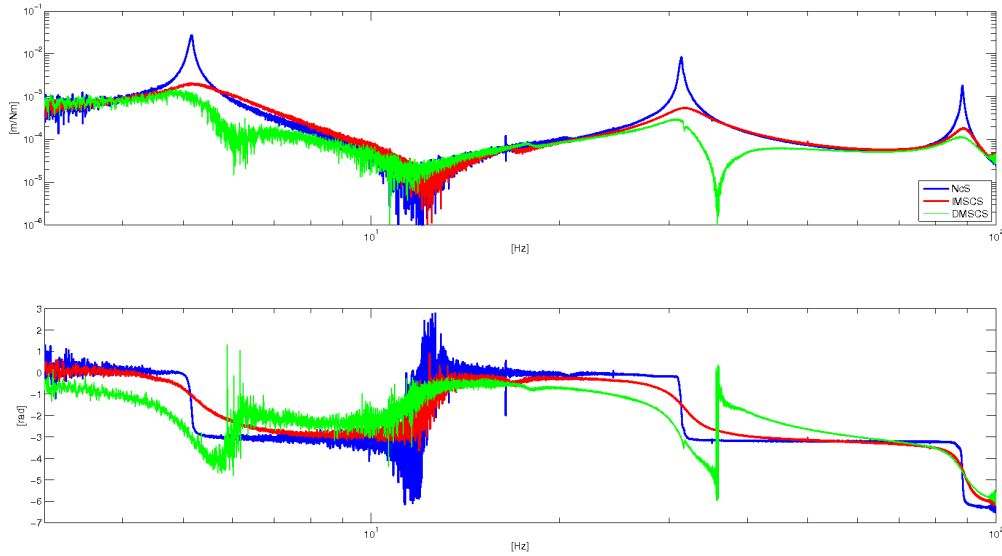


Figura 3.17: $FDT Y_3/F_d$ sperimentali, confronto sistema non controllato, controllato IMSC e controllato DMSC2

3.3.3 FDT confronto numerico sperimentale: IMSC e DMSC2

In conclusione viene presentato il confronto numerico sperimentale tra il sistema controllato tramite IMSC e DMSC2. Le FDT sperimentali che verranno mostrate sono le medesime illustrate nel paragrafo precedente mentre ad esse saranno sovrapposte quelle numeriche sia per il sistema non controllato che controllato.

IMSC

Le figure 3.18, 3.19 e 3.20 mostrano il confronto numerico-sperimentale delle FDT del sistema non controllato e del sistema controllato tramite IMSC tra la coppia di disturbo e le tre uscite del sistema. Per entrambi i casi si osserva un'ottima corrispondenza numerico-sperimentale come ulteriore validazione del modello numerico.

DMSC2

Le figure 3.21, 3.22 e 3.23 mostrano le FDT del sistema non controllato e controllato tramite DMSC2 tra la coppia di disturbo e le tre uscite del sistema. Il confronto numerico-sperimentale in anello chiuso del sistema controllato

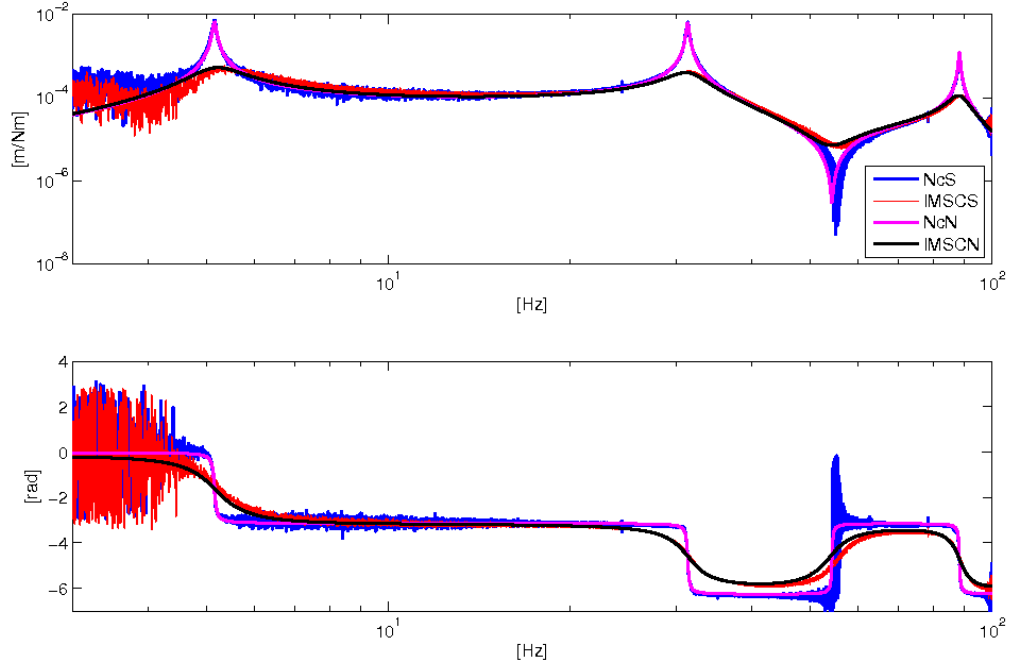


Figura 3.18: IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_1/F_d

tramite DMSC2 ancora una volta conferma la bontà del modello numerico nonostante risulti meno preciso del medesimo match nel caso di sistema controllato tramite IMSC. Ciò può essere spiegato dalla maggiore entità delle forze di controllo applicate dal DMSC2 che causano un incremento degli effetti di spillover.

Si può notare inoltre che in figura 3.21, il confronto numerico sperimentale risulta buono anche in corrispondenza della coppia di zeri complessi coniugati nell'intorno dei 35 Hz analizzati in precedenza. Nelle figure 3.22 e 3.23 invece si nota come per il modello numerico gli zeri risultano stabili causando un incremento di fase a differenza della FDT sperimentale in cui tali zeri continuano ad essere instabili. Ciò può essere giustificato da un errore dello smorzamento adimensionale della coppia di zeri complessi coniugati che nel caso del sistema numerico risulta negativo mentre sperimentalmente si osserva essere positivo. Analizzando il problema sulla base del 'luogo delle radici' di una coppia di zeri complessi coniugati è facile verificare che, muovendosi sulla circonferenza di raggio ω_0 , al diminuire di ξ gli zeri possano spostarsi dal semipiano negativo (stabile) a quello positivo (instabile).

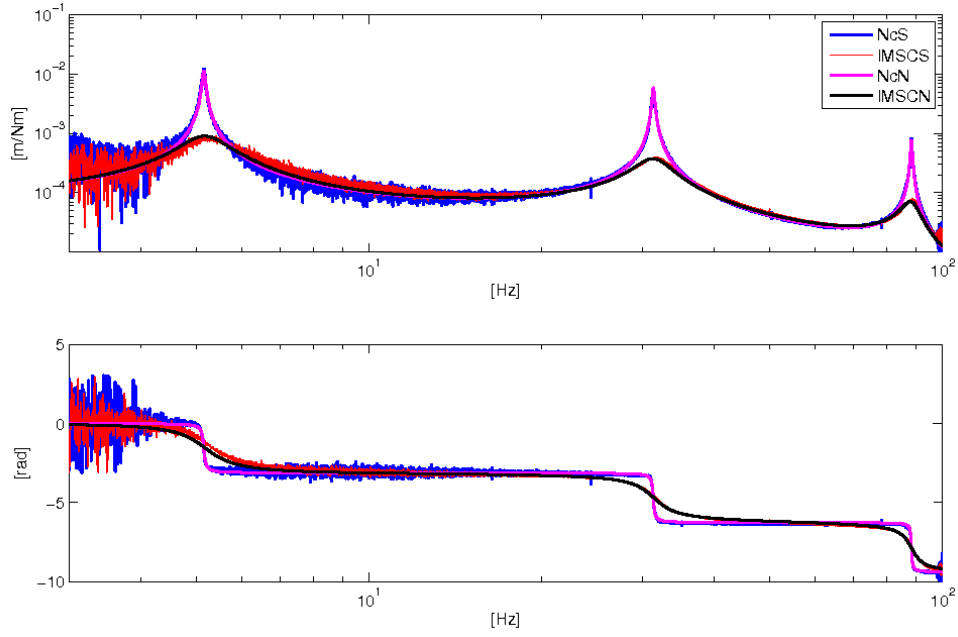


Figura 3.19: IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_2/F_d

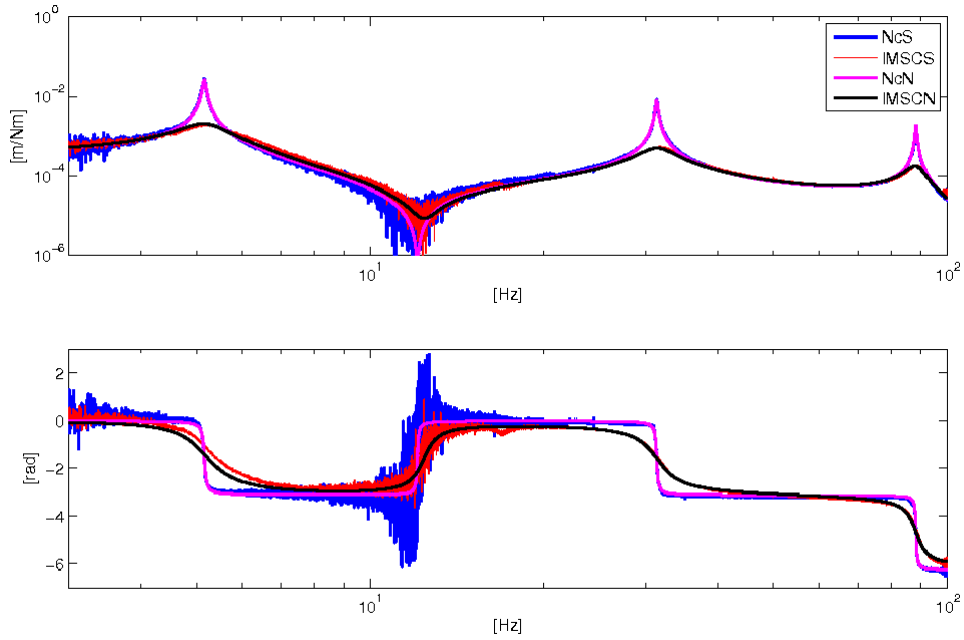


Figura 3.20: IMSC: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_3/F_d

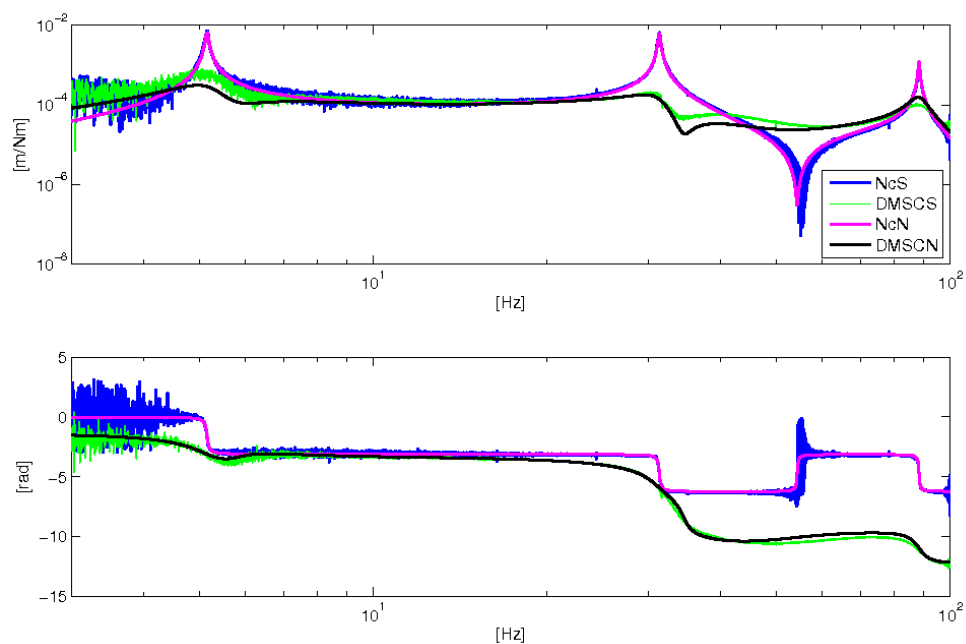


Figura 3.21: DMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_1/F_d

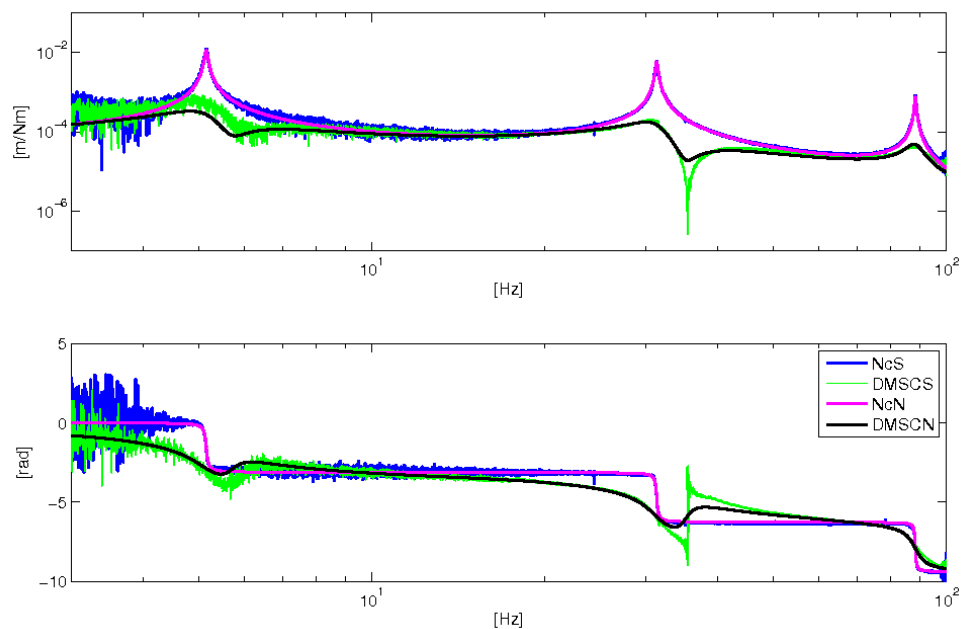


Figura 3.22: DMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema controllato FDT Y_2/F_d

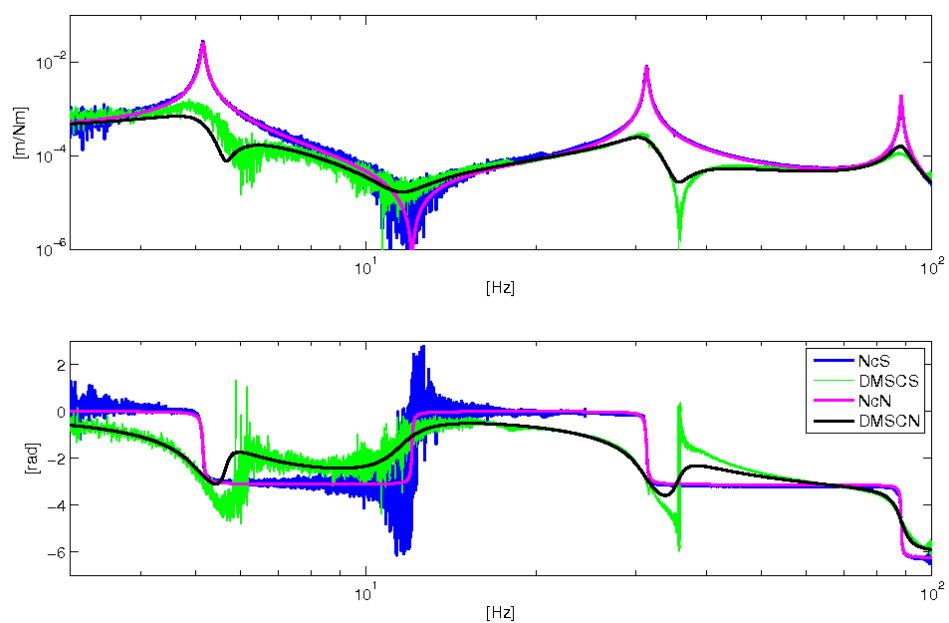


Figura 3.23: DIMSC2: Confronto numerico sperimentale sistema controllato $\text{FDT } Y_3/F_d$

Capitolo 4

Prove di robustezza

Nel presente capitolo verranno mostrate delle prove di robustezza per testare la sensibilità della logica proposta (DMSC2) ad errori nella stima delle grandezze più importanti per la definizione del comportamento dinamico del sistema. Tali analisi verranno effettuate numericamente, avendo ormai constatato la bontà del modello numerico utilizzato, e permetteranno di analizzare separatamente gli effetti di errori di identificazione delle grandezze più rilevanti.

4.0.4 Panoramica delle prove effettuate

I parametri che verranno modificati per simulare eventuali cambiamenti del sistema o errori nella fase di identificazione sono riportati in tabella 4.1. Le simulazioni sono state effettuate mantenendo inalterato l'osservatore di stato e le matrici dei guadagni rispetto al caso originale e aggiornando il modello numerico che simula il comportamento reale della struttura con i parametri modificati a seconda della prova specifica. Si noti che queste analisi simulano

Tabella 4.1: Parametri considerati incerti nelle prove di robustezza numeriche

Parametri considerati incerti	ω_o	ξ	$\Phi_{scalatura}$	$\Phi_{spost.nodo}$
Modi coinvolti nell'incertezza	1°, 2° e 3°	1°, 2° e 3°	1°, 2° e 3°	2°
Variazioni % / spostamento	+5%	-5%	+20%	$\approx +5[cm]$

incertezze su tutte le matrici del modello numerico che sono rispettivamente

quella dinamica [A], quella degli ingressi [B] e quella delle uscite [C]. In questo modo è possibile mettere in luce le parti più sensibili nell'identificazione di autovalori ed autovettori per la logica proposta.

4.0.5 Variazione frequenze proprie ω_o

Nelle figure 4.1, 4.2 e 4.3 sono riportate le FDT rispettivamente tra la coppia di disturbo e le tre uscite del sistema in seguito ad un incremento del 5% delle prime tre frequenze proprie del sistema reale. Vengono mostrate le FDT del sistema non controllato originale (Ncnm), modificato (Ncm) e dei sistemi controllati tramite IMSC e DMSC2 in cui la legge di controllo è sintetizzata a partire dai parametri del sistema originale.

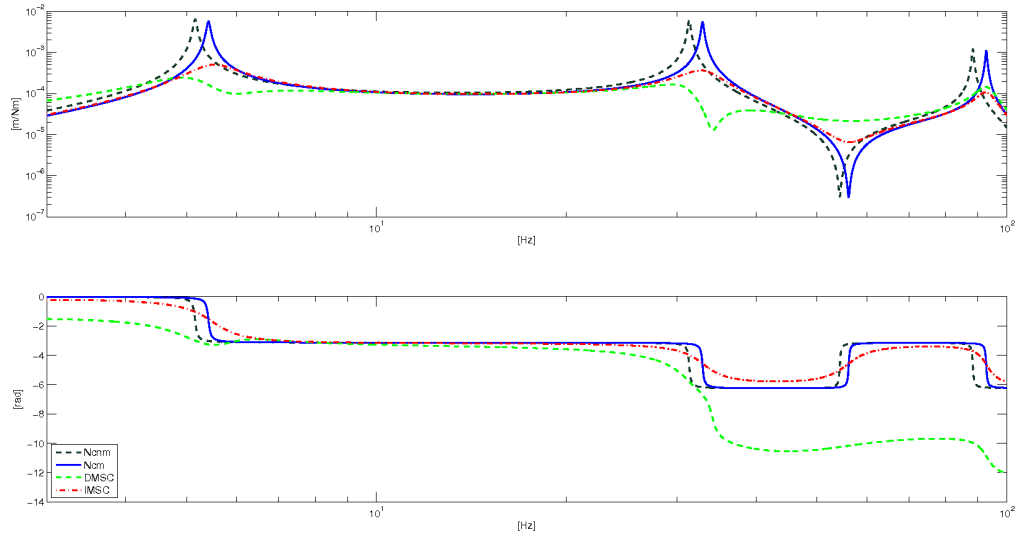


Figura 4.1: Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_1/F_d

L'incremento delle prime tre frequenze proprie del sistema risulta ben visibile nelle tre figure osservando le differenze sulle FDT del sistema non controllato prima e dopo la modifica. Si può notare come la logica DMSC2 non risulti particolarmente sensibile ad errori nell'identificazione delle frequenze proprie del sistema e continua a mostrare un sensibile miglioramento rispetto al sistema controllato con l'IMSC.

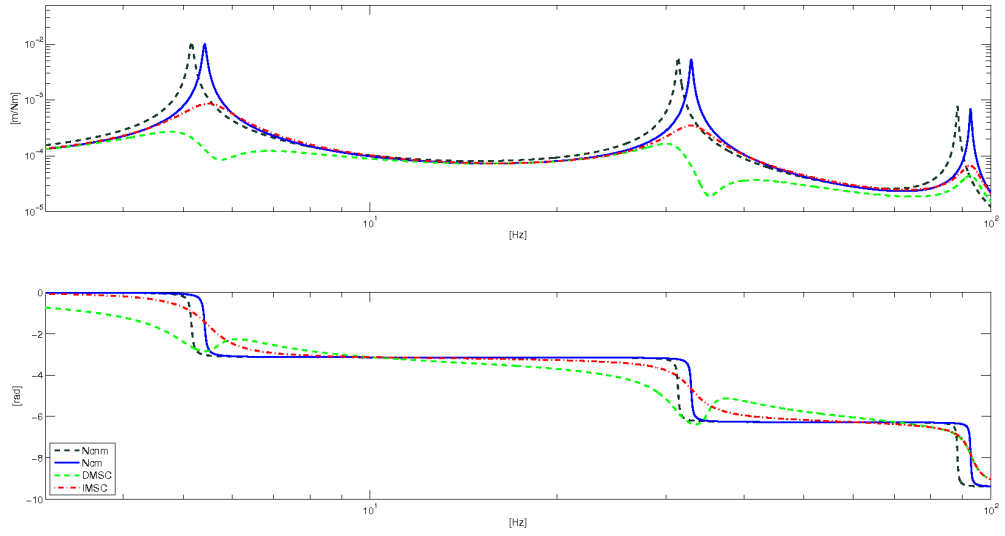


Figura 4.2: Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_2/F_d

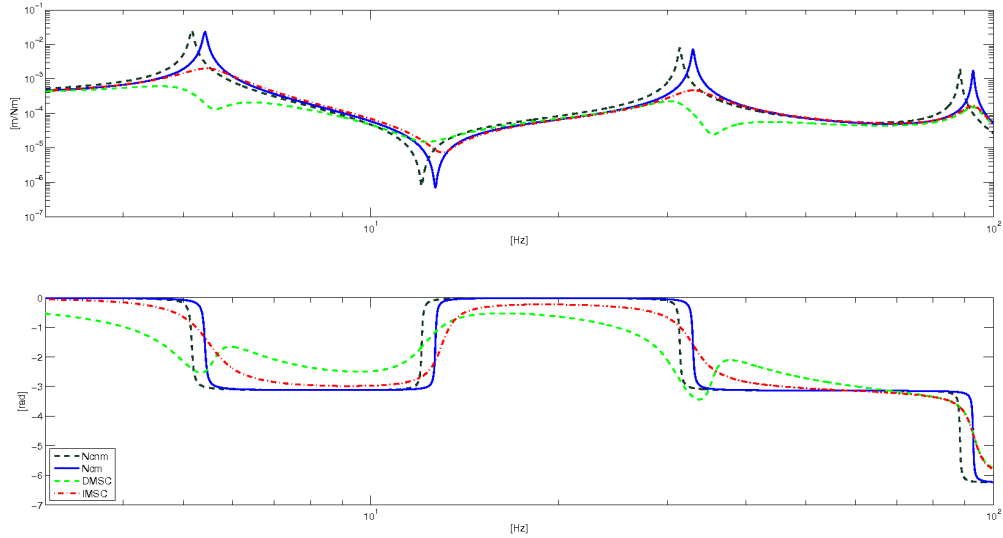


Figura 4.3: Effetti dell'incremento del 5% di ω_o dei primi tre modi: FDT Y_3/F_d

4.0.6 Variazione dello smorzamento adimensionale ξ

Simulando un decremento dello smorzamento adimensionale del 5% relativo ai primi tre modi del sistema, essendo i valori originali già molto piccoli, la modifica risulterebbe poco percettibile dall'analisi delle FDT. Vengono quin-

di riportati i luoghi delle radici in corrispondenza delle prime tre frequenze proprie per il caso di sistema controllato tramite IMSC e tramite DMSC2 rispettivamente in figura 4.4 e 4.5. Come da legenda, la posizione dei poli viene mostrata per il sistema non controllato modificato e originale e per i rispettivi sistemi controllati. Si nota come anche tramite questa rappre-

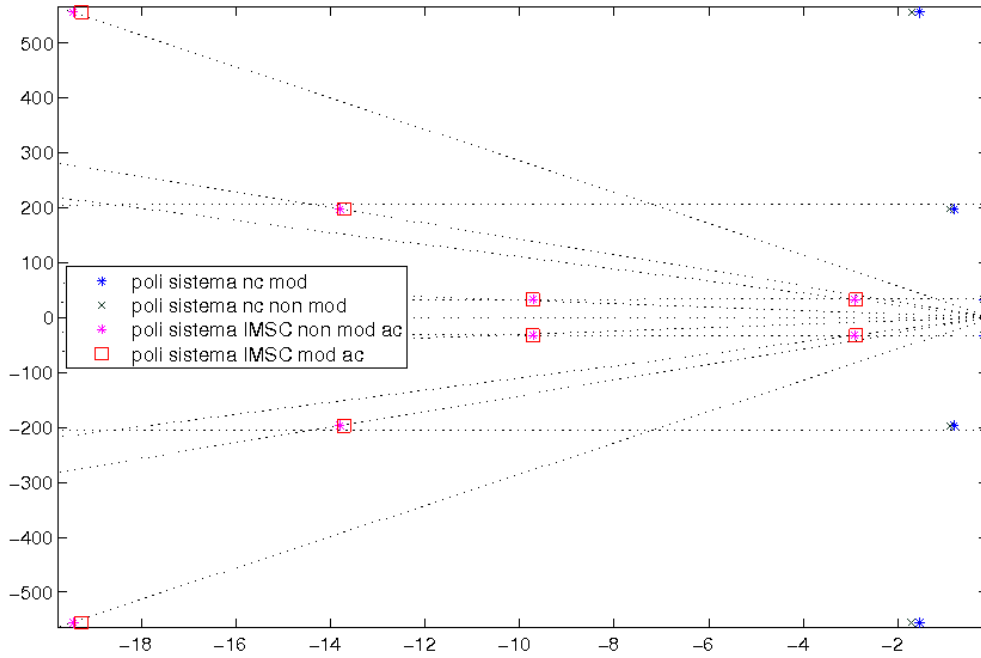


Figura 4.4: IMSC: Effetti del decremento del 5% di ξ , Luogo delle radici

sentazione il decremento del 5% dello smorzamento adimensionale, associato ai primi tre modi, non è ben visibile. Anche il rispettivo effetto sulle logiche di controllo non crea problemi di stabilità e apprezzabili diminuzioni di prestazione.

4.0.7 Variazione delle forme modali Φ : effetto di scala

Viene quindi analizzato l'effetto di un errore nell'identificazione delle prime tre forme modali tramite un fattore di scala costante causandone un incremento delle ampiezze del 20%. Le figure 4.6, 4.7 e 4.8 riportano le FDT del sistema non controllato modificato, originale e dei sistemi controllati tramite le due logiche a confronto. L'effetto della scalatura delle prime tre forme modali è osservabile nelle tre figure in prossimità dei picchi di risonanza portando ad un discostamento tra il sistema non controllato modificato e quello originale. La scala logaritmica sulle ordinate tuttavia rende poco visibile la

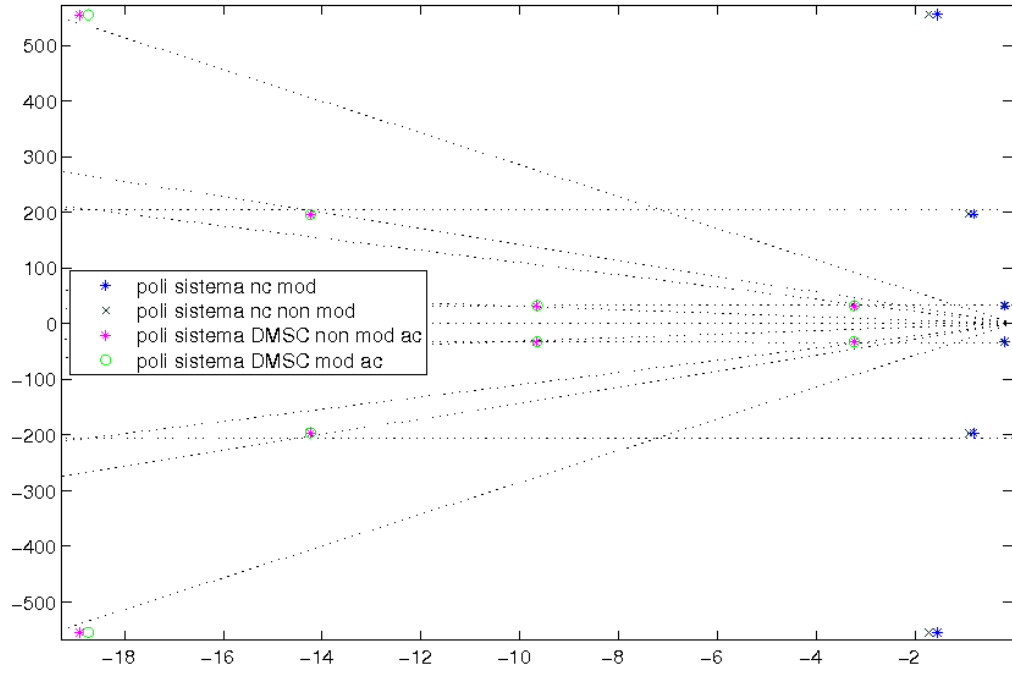


Figura 4.5: DMSC2: Effetti del decremento del 5% di ξ , Luogo delle radici

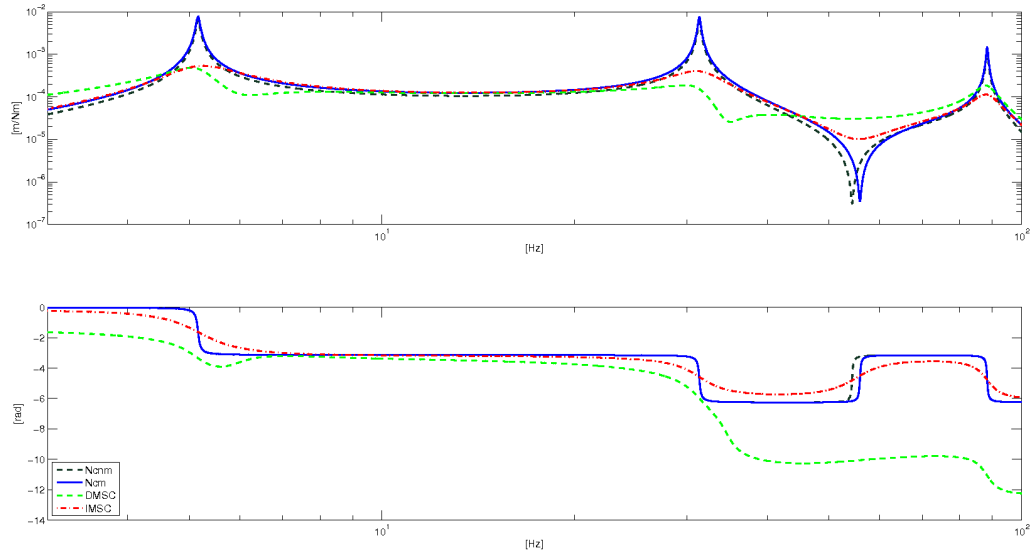


Figura 4.6: Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_1/F_d

differenza di ampiezza. In figura 4.9 viene riportato l'effetto che la modifica

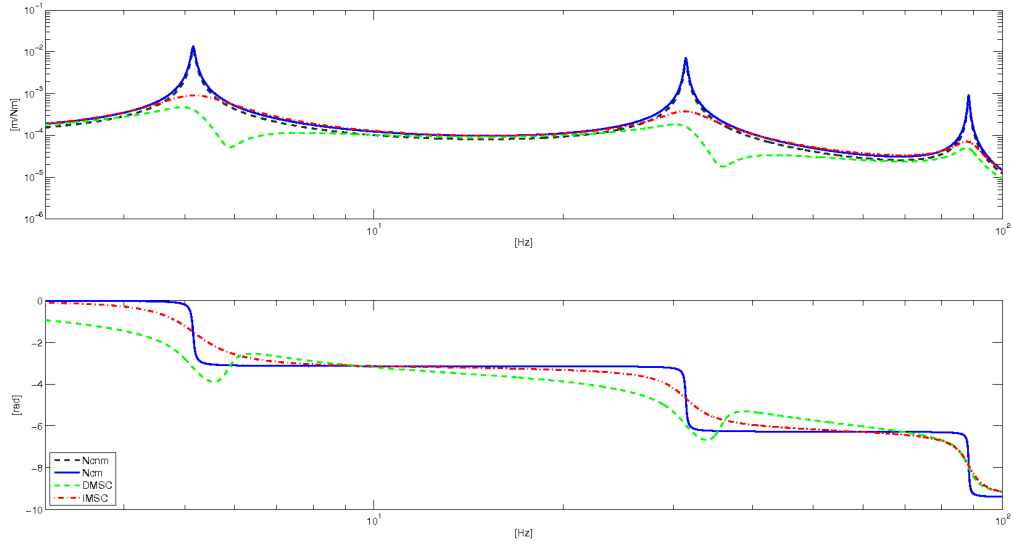


Figura 4.7: Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_2/F_d

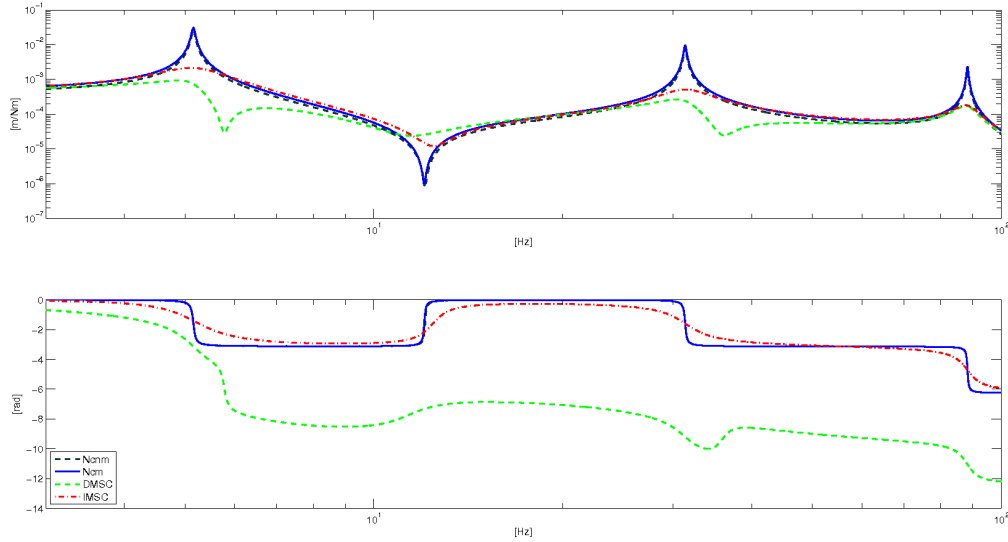


Figura 4.8: Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali: FDT Y_3/F_d

in esame ha sulle ampiezze delle tre FDT tra le azioni di controllo e quella di disturbo per la logica DMSC2. Si nota come l'ampiezza delle azioni di controllo cresce specialmente in corrispondenza della prima e della terza frequenza propria a causa della variazione riportata rispetto alle medesime

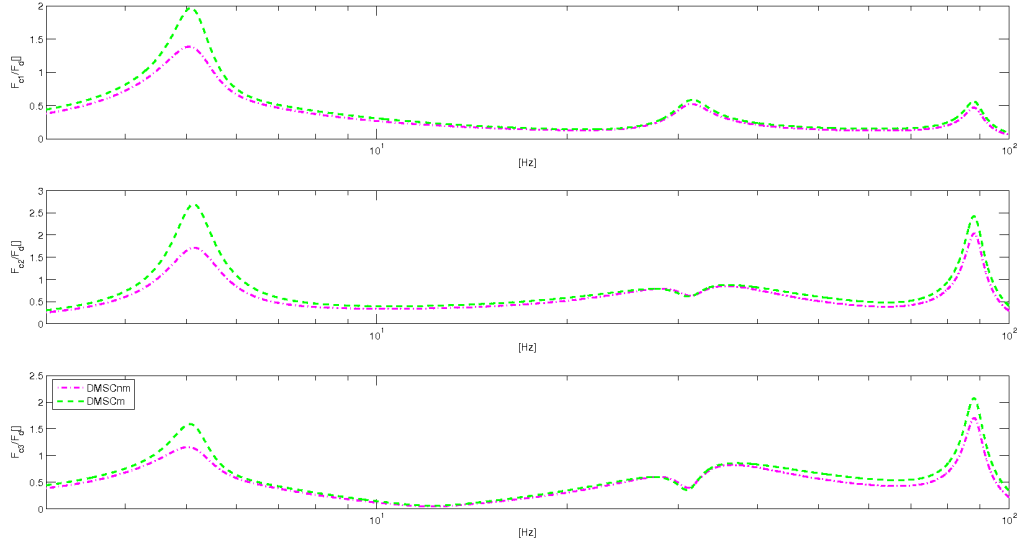


Figura 4.9: DMSC2: Effetti dell'incremento del 20% dell'ampiezza delle prime tre forme modali sulle FDT tra F_{ci}/F_d

grandezze considerando il sistema originale. Ciò evidenzia una sensibilità della logica proposta a questo tipo di errore nell'identificazione delle forme modali.

4.0.8 Variazione delle forme modali Φ : spostamento nodo

Infine l'ultima analisi di sensibilità numerica effettuata simula un errore nell'identificazione della seconda forma modale tramite uno spostamento del nodo di vibrazione come mostrato in figura 4.10. Tale modifica corrisponde a quella apportata da una massa concentrata di 30 grammi posta nell'estremità libera della trave. Questo genere di errore nell'identificazione delle forme modali causa l'instabilità del sistema controllato tramite il DMSC2 come mostrato nel diagramma dei poli corrispondente in figura 4.11. Si nota come i poli in anello chiuso del sistema controllato tramite DMSC2 diventano instabili in corrispondenza della prima e della terza frequenza propria manifestando la sensibilità della logica proposta ad errori nell'identificazione delle forme modali. Tale risultato è ragionevole se si pensa a come la logica di controllo calcola la matrice dei guadagni. Lo stesso errore di modellazione non comporta invece l'instabilità del sistema controllato tramite IMSC come mostrato in figura 4.12 nonostante esso comporti uno spillover notevole rispetto al caso originale. L'IMSC secondo questa ultima analisi risulta più robusto

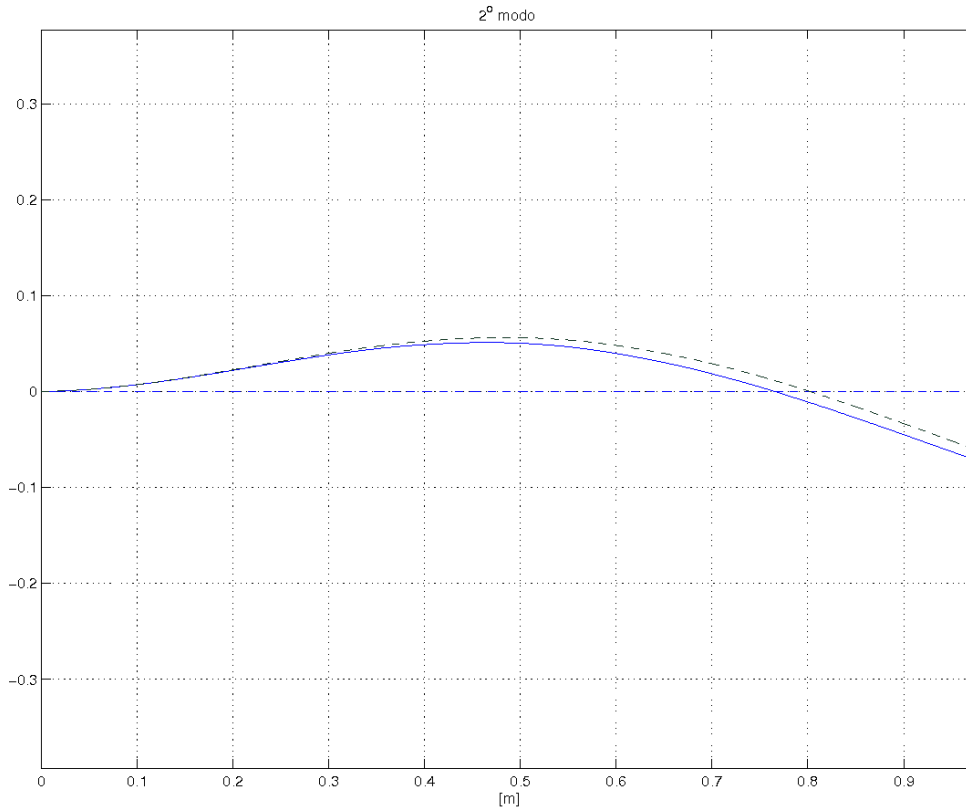


Figura 4.10: 2^a forma modale non modificata (blu) e modificata (tratteggiato-verde)

del DMSC2 e ciò è dovuto alla modalità con cui tale metodo calcola le matrici dei guadagni e alla differenza delle entità delle azioni di controllo. Si può ulteriormente notare come in entrambe le figure 4.11 e 4.12 i poli del sistema non controllato modificato e originale coincidano poichè la modifica è stata apportata solo sulla forma modale. Le analisi di sensibilità appena effettuate numericamente sono state svolte per analizzare la sensibilità della logica di controllo ad errori nell' identificazione dei parametri più significativi e non nell'ottica di riprodurle sperimentalmente. Ciò è motivato dal fatto che risulterebbe difficile cambiare i singoli parametri senza influenzare i rimanenti. La rilevante sensibilità della logica DMSC2 ad errori nella stima delle forme modali, causate ad esempio dall'aggiunta di una massa concentrata all'estremità della trave stessa, è stata confermata infine anche sperimentalmente manifestando l'instabilità del sistema già prevista dalle prove numeriche.

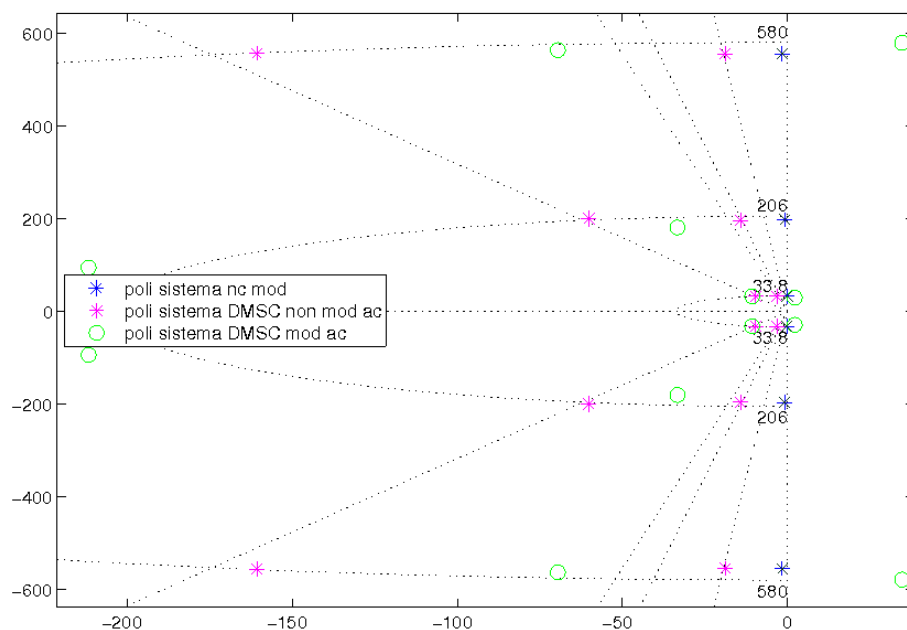


Figura 4.11: DMSC2: Effetti dello spostamento del nodo in corrispondenza della 2^a forma modale, Luogo delle radici

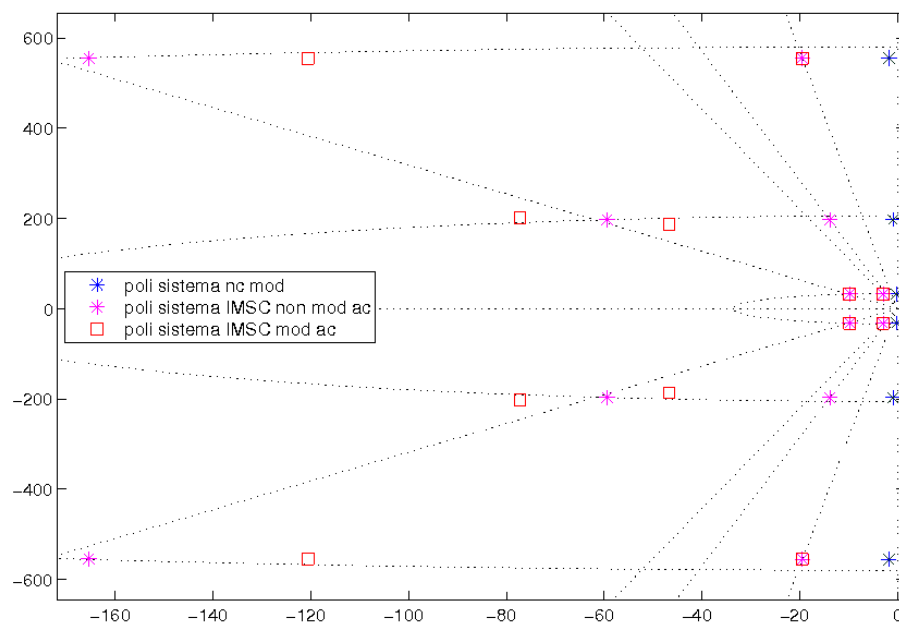


Figura 4.12: IMSC: Effetti dello spostamento del nodo in corrispondenza della 2^a forma modale, Luogo delle radici

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel presente lavoro di tesi, è stata implementata una nuova logica di controllo attiva chiamata 'Dependent Modal Space Control' (DMSC), basata sull'approccio modale, e finalizzata alla riduzione delle vibrazioni sulle strutture flessibili. Sono state illustrate due versioni basate sulla stessa logica che sono rispettivamente il DMSC1 e il DMSC2. La prima versione (DMSC1) prevede l'imposizione diretta delle forme modali discrete, mentre per la seconda logica (DMSC2) le forme modali derivano da un processo di minimizzazione di un determinato indice di prestazione (ad esempio il valore assoluto della FDT del sistema tra le azioni di disturbo e le uscite selezionate). L'algoritmo di calcolo della matrice dei guadagni è basato sull'assegnazione degli autovalori e autovettori in corrispondenza di un numero finito di gradi di libertà ed è implementati nel sistema di riferimento principale. La modifica del modo di vibrare, insieme all'imposizione degli autovalori, si riflette nell'utilizzo dei termini extradiagonali della matrice dei guadagni modale che nel caso del classico IMSC risulta invece diagonale. La presenza di una matrice di guadagni piena, ovvero la modifica delle forme modali, porta ad un incremento delle forze di controllo causando maggior spillover e richiedendo la necessità di inserire un vincolo di stabilità nella procedura di calcolo della matrice dei guadagni.

Le due metodologie differenti di applicazione del DMSC mostrano caratteristiche diverse sia in termini di prestazioni che di strumentazione richiesta. Nella prima parte del lavoro, è stata affrontata la trattazione teorica della logica, esplicitando le condizioni che consentono la sua applicabilità tramite il calcolo di una matrice dei guadagni reale. Nei capitoli successivi sono state effettuate delle simulazioni numeriche seguite dalla validazione sperimentale del DMSC2 applicata su una trave incastro libero strumentata tramite attuatori ed accelerometri piezoelettrici. Nella parte conclusiva è stata riportata un'analisi di robustezza della logica di controllo investigando la sua sensibilità ad errori di modellazione dei parametri più significativi presi singolarmente. In tutte le simulazioni effettuate, i risultati ottenuti tramite il DMSC sono stati confrontati con quelli ottenuti dall' IMSC per evidenziare le differenze

dovute alla modifica delle forme modali a parità di autovalori controllati imposti.

La necessità di sensori e attuatori distribuiti necessari per la logica DMSC1 è molto dispendiosa e non sempre il controllista può scegliere la tipologia e collocazione della strumentazione. L'utilizzo del DMSC2 invece, è di più comune applicabilità e mostra comunque evidenti miglioramenti rispetto all'IMSC tramite una ulteriore riduzione delle vibrazioni di circa il 30 %. Nel seguito, vengono riassunte sinteticamente le differenze principali tra DMSC ed IMSC

I principali vantaggi sono :

- Il DMSC permette di sintetizzare l'azione di controllo al fine di minimizzare le vibrazioni in punti desiderati della struttura (nel caso di DMSC1 è possibile creare nodi virtuali ed annullare definitivamente la vibrazione nei punti desiderati);
- Il DMSC2 consente di minimizzare la vibrazione in un range desiderato di frequenze dipendentemente dalla natura delle azioni di disturbo e dal loro spettro;
- Tramite la scelta dell'indice di prestazione, nel caso di DMSC2, è possibile minimizzare lo stato vibratorio della struttura nei punti prestabiliti in termini di spostamenti, accelerazioni,... in base all'obiettivo stabilito;
- Il DMSC2 garantisce la stabilità in anello chiuso per un numero selezionato di modi (indipendente ed in genere maggiore di quelli controllati). I primi modi non controllati sono in genere quelli che con più probabilità diventano instabili nell'IMSC classico.

Di contro, gli svantaggi di questo metodo sono :

- Il DMSC, basandosi su una relazione Input Output, ha bisogno di conoscere la posizione del disturbo o equivalentemente delle sue componenti lagrangiane modali;
- Il DMSC, modificando le forme modali, richiede generalmente forze maggiori rispetto all'IMSC;
- In base all'accuratezza desiderata degli indici ottimizzati dalla logica, il costo della fase di identificazione dei parametri modali risulta maggiore rispetto al classico IMSC;

- Il DMSC2, coerentemente alla metodologia utilizzata per il calcolo della matrice dei guadagni, risulta sensibile ad errori di identificazione delle forme modali che potrebbero essere dovute a presenza di elementi concentrati sulla struttura e non descritti dal modello.

Sviluppi futuri

Partendo da queste considerazioni, il lavoro di tesi presentato può essere ulteriormente sviluppato completando la validazione sperimentale della logica DMSC1. In particolare tale logica deve essere sperimentata utilizzando attuatori e sensori distribuiti oppure riproducendo il loro effetto tramite l'utilizzo di un numero elevato di sensori e attuatori discreti. Ciò permetterebbe di ridurre notevolmente gli effetti di spillover sia di controllo che di osservazione e di conseguenza rendere meno dispendiosa la sua applicazione.

Ulteriori sviluppi di questa tesi inoltre riguardano lo studio di possibili applicazioni della logica DMSC in ambito ingegneristico. Si potrebbe ad esempio utilizzare la logica DMSC1 in applicazioni nelle quali la massima riduzione di vibrazioni è richiesta solo in alcuni punti della struttura a differenza del resto della stessa in cui i limiti sono meno stringenti. Applicazioni come queste possono riguardare ad esempio 'end-effectors' nell'ambito della robotica per lavori in alta precisione. L'utilizzo della logica DMSC2 invece, potrebbe riguardare il controllo del rumore su strutture flessibili, permettendo così di valutare le sue prestazioni in alta frequenza inserendo nel funzionale da ottimizzare le FDT in accelerazione, o velocità, anziché in spostamento.

Per quanto riguarda invece la logica di controllo in se, si potrebbe inserire nell'algoritmo stesso il calcolo sistematico del numero ottimale di modi ricostruiti dall'osservatore di stato m_o e del numero di modi su cui viene minimizzato l'indice di prestazione p in base al modello numerico della struttura in esame.

Infine, per svincolare l'efficacia del DMSC2 dalla conoscenza delle componenti lagrangiane modali associate alle azioni di disturbo, si potrebbe affiancare a monte di tale logica un ricostruttore di disturbi (RT). In questo modo, il RT fornirebbe la posizione delle azioni esterne permettendo quindi il calcolo delle matrici dei guadagni che minimizzano l'indice scelto. Tale soluzione consentirebbe di compensare anche eventuali spostamenti nel tempo dei punti di applicazione del disturbo stesso.

Appendice A

Principi di funzionamento di un algoritmo genetico

L'algoritmo genetico è un metodo euristico di ottimizzazione basato sul principio della selezione naturale di Charles Darwin. Esso parte da un determinato numero di possibili soluzioni (individui) chiamate popolazioni e, nel corso dell'esecuzione, le fa evolvere in modo da creare nuovi individui della popolazione stessa che sostituiranno uno stesso numero di quelli già esistenti creando una generazione successiva. L'evoluzione avviene tramite una ricombinazione delle soluzioni esistenti (crossover) e l'introduzione di mutazioni casuali (mutazioni) nella popolazione di partenza che permette di introdurre del 'caos' e una certa variabilità diminuendo la probabilità di incorrere in minimi locali.

Il crossover consiste nello scambiare una parte di un individuo con quella di altri individui generandone dei nuovi nell'ipotesi che questi abbiano un miglior valore di fitness nel passo successivo. Esso non avviene sempre ma con una probabilità p_c e nel caso non è applicato i figli sono semplicemente una copia dei padri; si osserva sperimentalmente che tale metodo di evoluzione ritorna risultati apprezzabili solo dopo un certo numero di passi evolutivi.

La fase di mutazione invece consiste nel sostituire casualmente alcuni individui con valori di fitness anche alto con altri il cui valore di fitness è basso in modo tale da esplorare lo spazio di ricerca delle soluzioni ed evitare di incorrere in minimi locali ovvero uno dei difetti principali dei metodi euristici. Si noti che la fase di mutazione non è uno step migliorativo dell'algoritmo poiché viene effettuato in maniera probabilistica e non deterministica; di ogni soluzione quindi potrebbe essere modificata in maniera differente dalle altre. A seguito della fase di evoluzione vengono ordinati e mantenuti solo gli individui che massimizzano l'obiettivo dell'algoritmo genetico, ovvero che hanno i valori maggiori della funzione di fitness, in modo che solo questi potranno ricombinarsi ed evolversi ulteriormente. Riassumendo per punti i passaggi

fondamentali di un algoritmo genetico si possono distinguere i seguenti step:

- Generazione in maniera casuale di una popolazione iniziale
- Creazione di una nuova sequenza di generazioni. Ad ogni sequenza gli individui della popolazione corrente vengono ricombinati per generare quelle successive compiendo poi i seguenti passi:
 - Ogni individuo della popolazione corrente è valutato in base al suo valore di fitness
 - I diversi individui vengono ordinati rispetto a tale valore di fitness
 - Gli individui migliori sono selezionati come genitori
 - A partire da questi vengono create nuove popolazioni tramite mutazioni e/o incroci (crossover)
 - Gli individui generati insieme ai genitori vengono opportunamente selezionati in base al valore di fitness a creare la generazione successiva
- L'algoritmo si arresta quando uno dei criteri di uscita è soddisfatto

Nel caso specifico, la ricerca della soluzione da parte dell'algoritmo genetico è vincolata affinché i primi p autovalori in anello chiuso del sistema rimangano stabili quindi ad ogni iterazione dello stesso, vengono valutate sia la funzione di fitness legata all'indice di prestazione sia il rispetto del vincolo.

Appendice B

FDT relative all'identificazione MIMO tra le 4 patch piezoelettriche e i 3 accelerometri

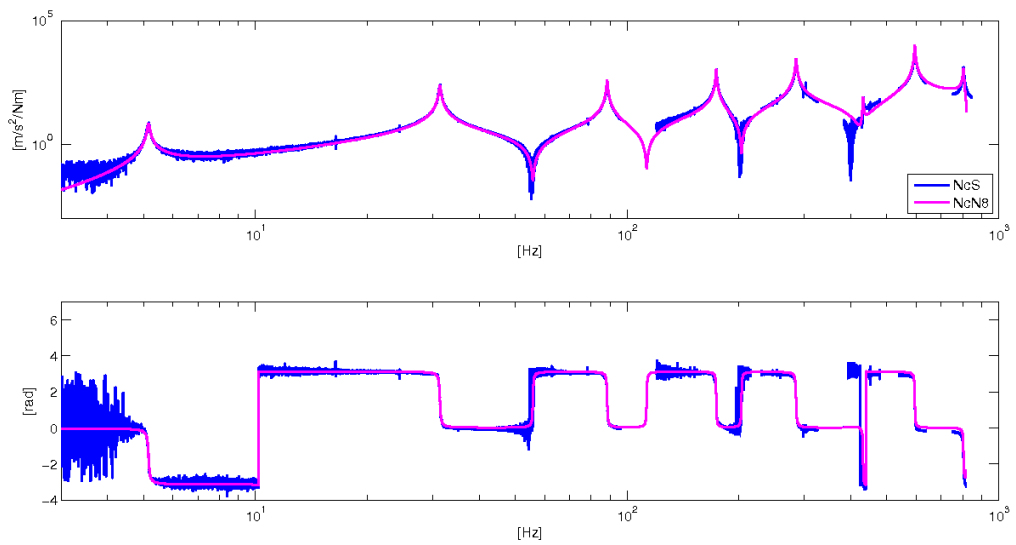


Figura 4.13: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_d

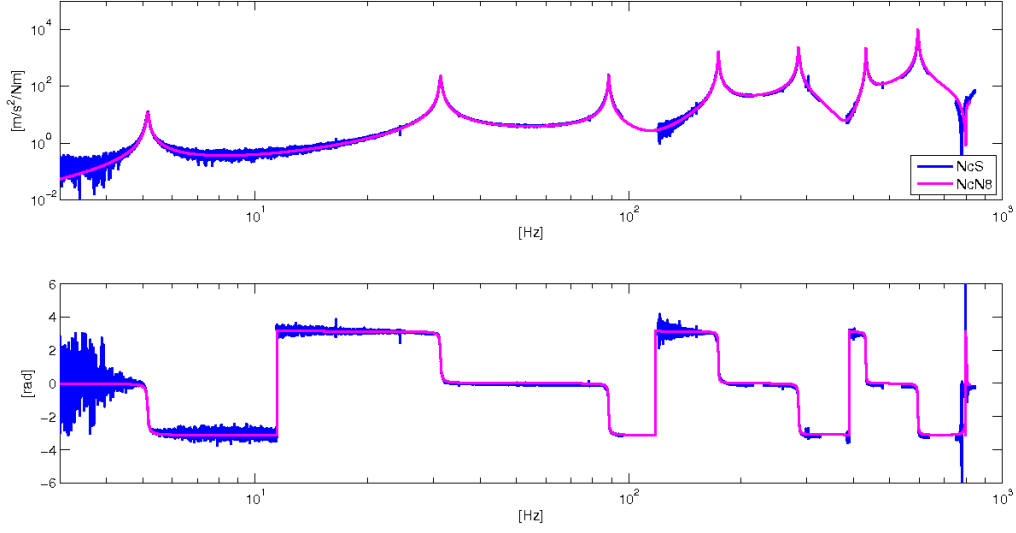


Figura 4.14: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_d

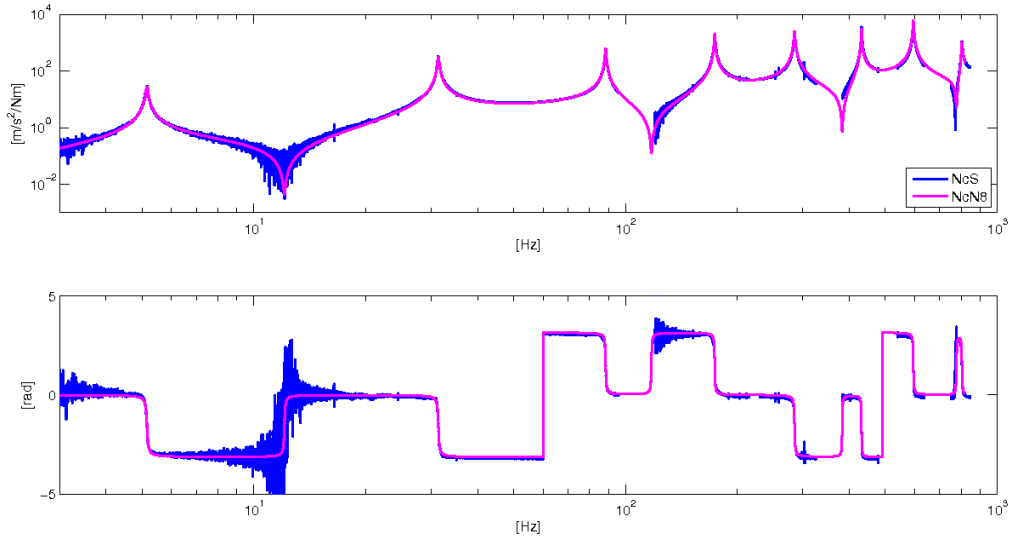


Figura 4.15: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_d

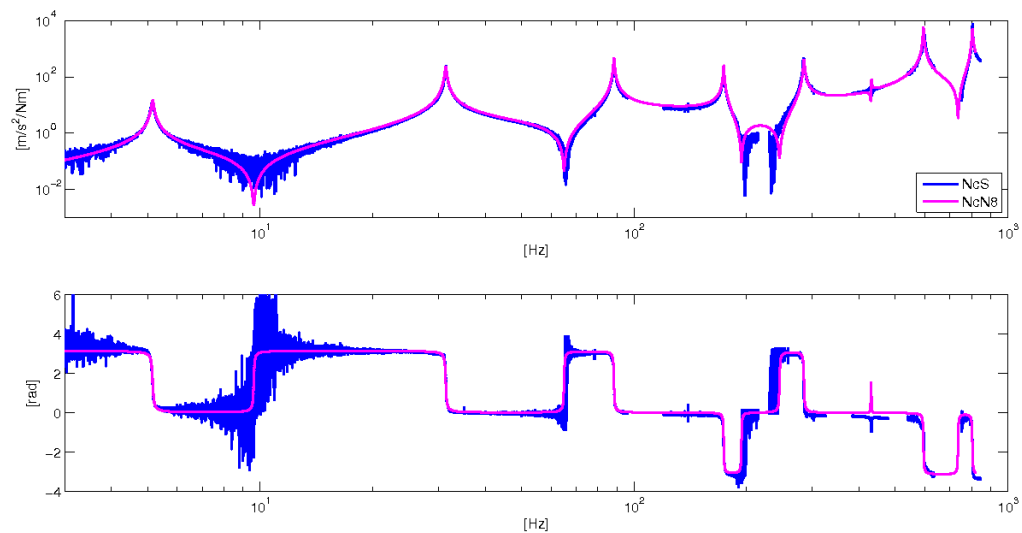


Figura 4.16: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c1}

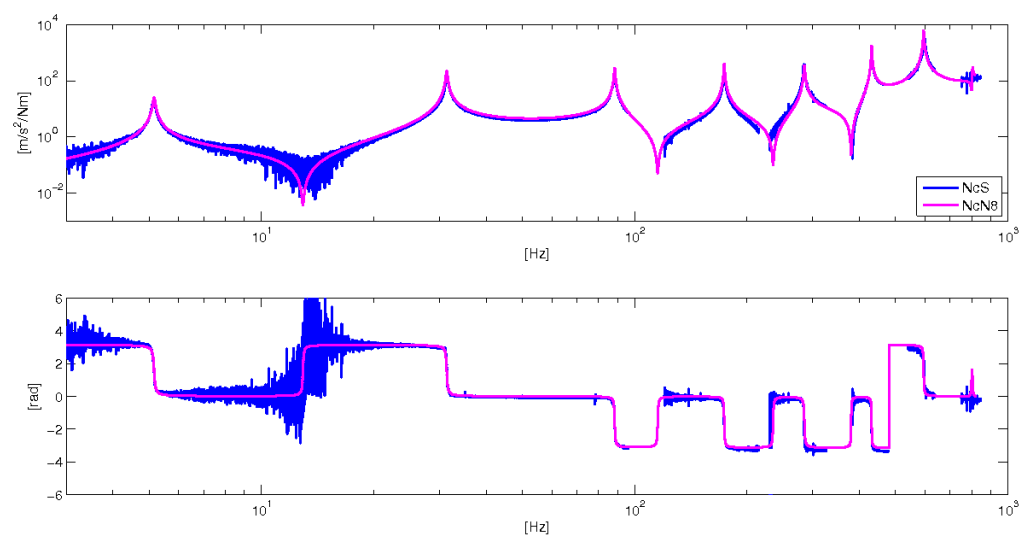


Figura 4.17: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c1}

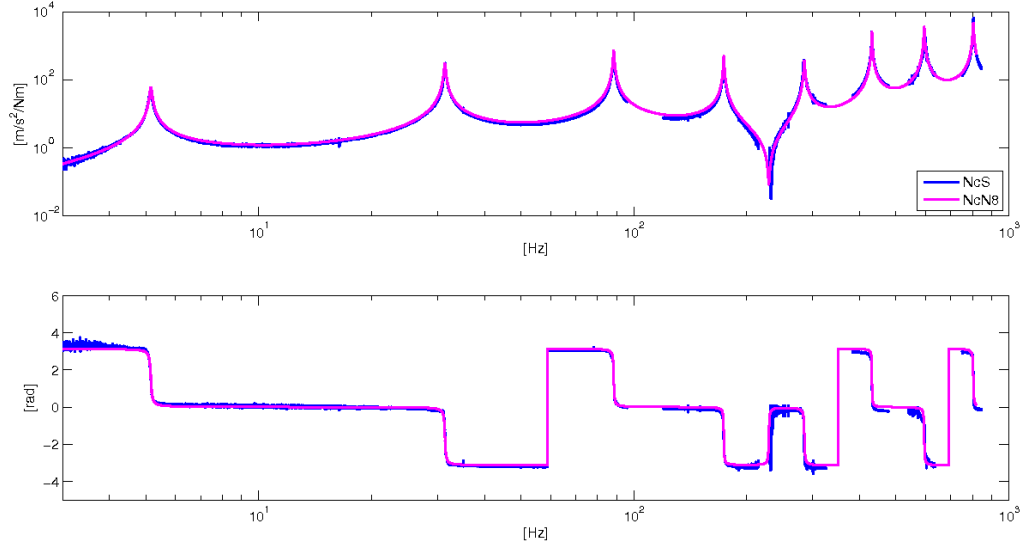


Figura 4.18: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c1}

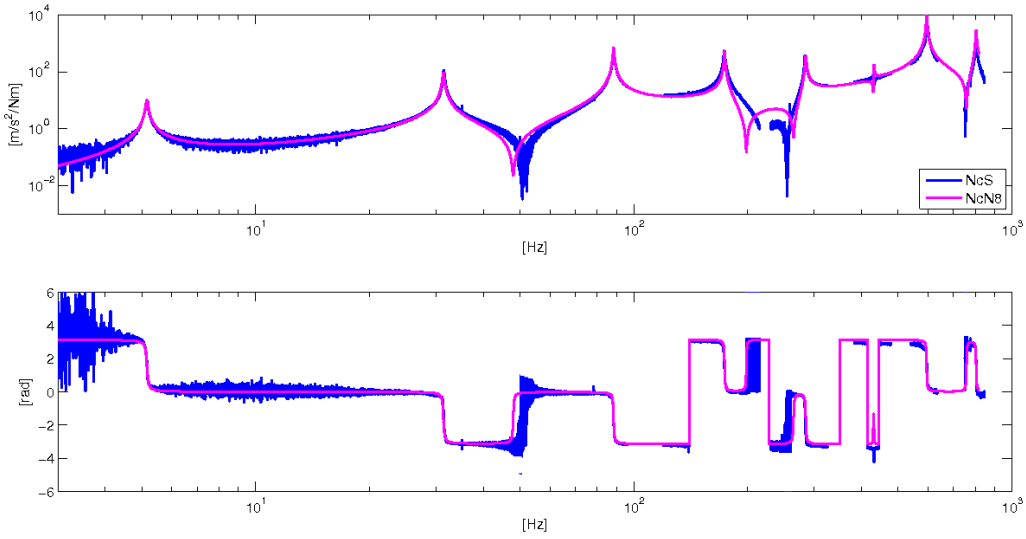


Figura 4.19: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c2}

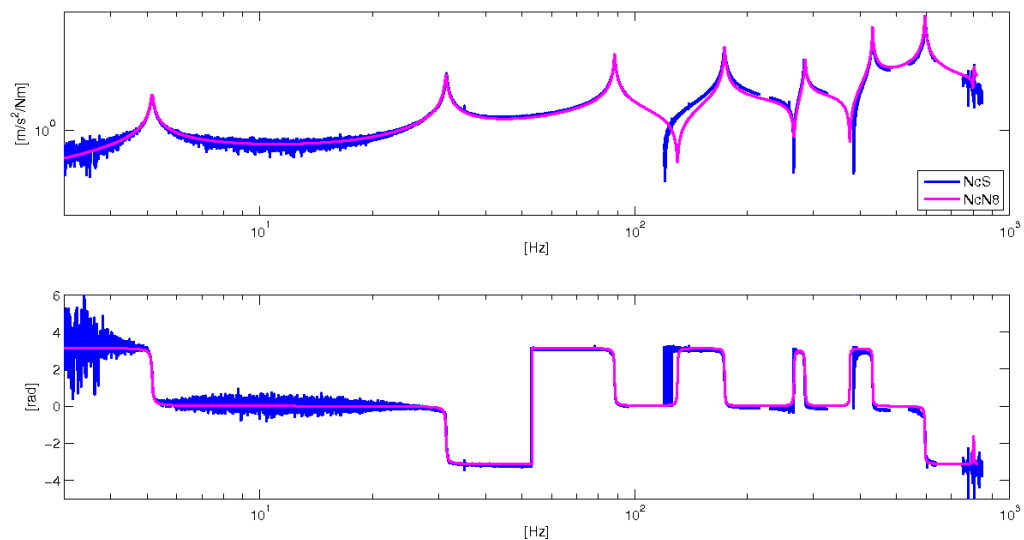


Figura 4.20: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c2}

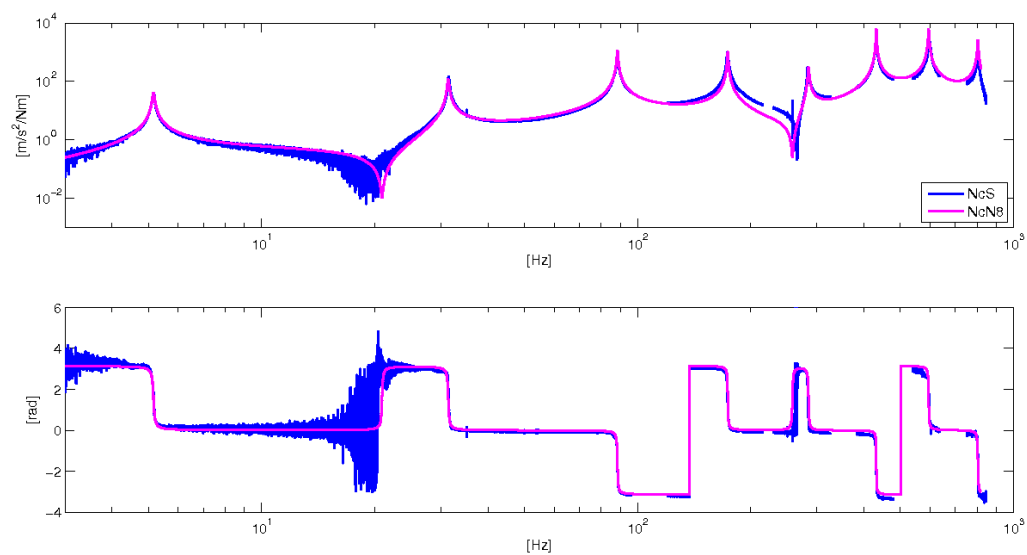


Figura 4.21: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_3/F_{c2}

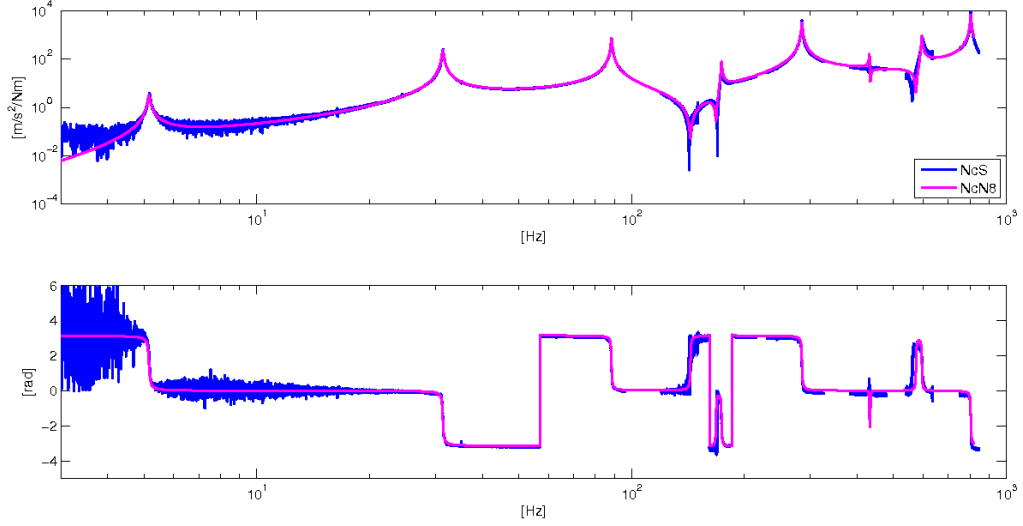


Figura 4.22: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_1/F_{c3}

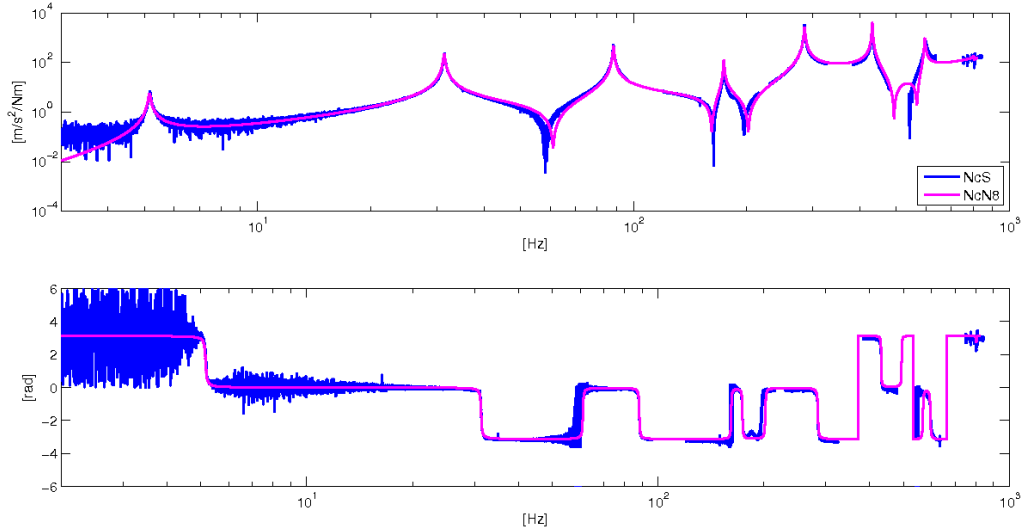


Figura 4.23: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c3}

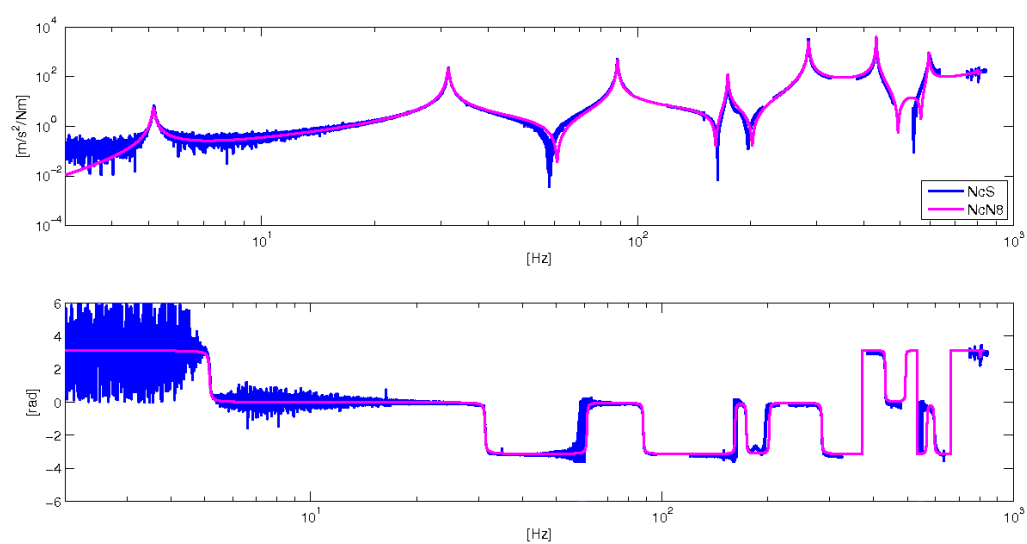


Figura 4.24: Confronto numerico sperimentale sistema non controllato FDT a_2/F_{c3}

Bibliografia

- [1] Casciati, F., & Giuliano, F. (2009). Performance of multi-TMD in the towers of suspension bridges. *JVC/Journal of Vibration and Control*, 15(6), 821-847.
- [2] Bae, J., Hwang, J., Roh, J., Kim, J., Yi, M., & Lim, J. H. (2012). Vibration suppression of a cantilever beam using magnetically tuned-mass-damper.
- [3] Crowley, S., & Porter, R. (2012). An analysis of screen arrangements for a tuned liquid damper. *Journal of Fluids and Structures*, 34, 291-309.
- [4] Wu, J., Chang, C., & Lin, Y. (2009). Optimal designs for non-uniform tuned liquid column dampers in horizontal motion. *Journal of Sound and Vibration*, 326(1-2), 104-122.
- [5] Hagood, N. W., & von Flotow, A. (2003). Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 146(2), 243-268.
- [6] B. Culshaw. Smart structures and materials. Artech House, 1996.
- [7] S. Harari, C. Richard, & L. Gaudiller. Hybrid active/semi-active modal control of smart structures. In *Proc. SPIE*, 2009.
- [8] M. J. Balas (1978). "Active Control of Flexible Systems," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, No. 3, pp. 415-436.
- [9] L. Meirovitch (1983). Comparison of control techniques for large flexible systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Volume 6(4), pp. 302-310.
- [10] L. Meirovitch and H. Baruh (1985). Implementation of modal filters for control of structures. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Volume 8(6), pp. 707-716.

- [11] M.J. Balas. Feedback control of flexible systems. IEEE Transaction on Automatic Control, 1978.
- [12] A. Preumont. Vibration Control of Active Structures, An introduction, 2nd Edition. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [13] Danieal J. Inman. Active modal control for smart structures. The Royal Society, 2001.
- [14] A. Baz and S. Poh (1990). Experimental implementation of the modified independent modal space control method. Journal of Sound and Vibration, Volume 139(1), pp. 133-149.
- [15] J. Q. Fang, Q. S. Li & A. P. Jeary (2003). Modified independent modal space control of m.d.o.f. systems. Journal of Sound and Vibration, 261(3), 421-441.
- [16] S. P. Singh, H. S. Pruthi & V. P. Agarwal (2003). Efficient modal control strategies for active control of vibrations. Journal of Sound and Vibration, 262(3), 563-575.
- [17] M. H. Kim and D. J. Inman (2001). Reduction of observation spillover in vibration suppression using a sliding mode observer ,Journal of Vibration and Control, 7(7), 1087-1105.
- [18] K. Deep, K. P. Singh, M. L. Kansal & C. Mohan (2009). A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. Applied Mathematics and Computation, 212(2), 505-518.
- [19] L. M. Schmitt (2001). Theory of Genetic Algorithms, Theoretical Computer Science 259: 1-61.
- [20] G. P. Liu & R. J. Patton (1998). Low sensitive and robust control design via output feedback. Journal of Control, (455), 1-4.
- [21] M. Youn, M. Arnold (1987). Eigenvalue-Generalized Eigenvector Assignment. IEEE Transactions on automatic control, Ac-32(5), 417-421.
- [22] Dones, I., Skogestad, S., & Preisig, H. A. (2011). Application of balanced truncation to nonlinear systems. Industrial and Engineering Chemistry Research, 50(17), 10093-10101.
- [23] G.Diana and F.Cheli. Dinamica dei sistemi meccanici (2011), Polipress.

- [24] Gupta, V., Sharma, M., & Thakur, N. (2010). Optimization criteria for optimal placement of piezoelectric sensors and actuators on a smart structure: A technical review. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(12), 1227-1243.
- [25] A. Preumont. *Vibration Control of Active Structures, An introduction*, 2nd Edition. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [26] J. W. Polderman, J. C. Willems. *Introduction to the Mathematical Theory of Systems and Control* (2002).
- [27] P. Dorato, C. Abdallah, V. Cerone *Linear quadratic control: an introduction*, Prentice Hall (1995).
- [28] S. Skogestad & I. Postlethwaite. *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and Design*, 2nd Edition, Wiley (2006).
- [29] Friswell, M. I. (2001). On the design of modal actuators and sensors. *Journal of Sound and Vibration*, 241(3), 361-372.
- [30] E. Reynders. *System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison*, *Archives of Computational Methods in Engineering*, V19, 51-124, Springer Netherlands, (2012)